

水分特性曲線の回帰プログラム SWRC Fit (1) — 水分特性モデル —

関 勝寿*

Program for fitting water retention curve SWRC Fit (1)
— Soil water retention models —

Katsutoshi SEKI*

Abstract

Estimation of hydraulic parameters is important for describing water movement in soil. SWRC Fit (<http://purl.org/net/swrc/>) is a program for fitting soil hydraulic models to measured soil water retention data. In this article, 6 soil water retention functions implemented in the software are described focusing on their relation to pore-size distribution and unsaturated hydraulic conductivity function.

Keywords : Water retention curve, hydraulic model, parameter estimation

1. 序論

地下水面よりも浅い不飽和帯では、土壌中の間隙に水と空気が存在し、土壌中の水は土壌粒子と水の間にはたらく表面張力や吸着力によって保持されている。植物が土壌中の水分を根から吸収するためには、土壌が水分を保持している力に打ち勝つ必要がある。そのような土壌が水分を保持する力をマトリックポテンシャルと言う。土壌が保持する水の量はマトリックポテンシャルの関数となり、ある土壌のポテンシャルと水分量の関係をグラフとして表示した水分特性曲線（土壌水分保持曲線）を描くことができる。水分特性曲線はその土壌の間隙構造を反映し、土壌の重要な性質として農学、地盤工学、土壌物理学、水文学等の土と水を扱う分野で広く用いられている。土壌中の水分移動は水分ポテンシャルの差が駆動力となるため、水分移動解析のためには水分特性曲線の形を決めることが不

*) 東洋大学自然科学研究室 112-8606 文京区白山 5-28-20

Natural Science Laboratory, Toyo University, 5-28-20, Hakusan, Bunkyo-ku, Tokyo, 122-8606

可欠となる。

水分特性曲線を連続関数で表現する水分特性モデルは非線形で複数のパラメータがあるため、実測された水分特性曲線からモデルのパラメータを決めるためには、非線形回帰によるパラメータ推定をする必要があり、簡単ではない。そこで著者は、水分特性曲線を6種類の水分特性モデルによって同時に非線形回帰するプログラムを開発し、フリーソフトウェアSWRC Fitとして公開をしている (<http://purl.org/net/swrc/>)。ウェブから簡単に実行できるという利便性の高さから、2007年に公開をしてから多くの研究者に使われ、そのプログラムを解説した論文 (Seki, 2007) の被引用数は2016年10月現在で90件 (Google Scholar Citationsによる) となっていることから、このプログラムの実用性についてはすでに十分な実績が出ていると言える。特に、不飽和土壌水分データベースUNSODAの420個の土壌試料 (Seki, 2007) や、米国ニューメキシコ州の450個の土壌試料 (Saito et al., 2009) など、大量のデータに対して検証されている。

本稿では、SWRC Fitで使用している6種類の水分特性モデルについて、それぞれのモデルの特徴に着目しながら、間隙モデルや水分移動解析に必要な透水モデルと関連づけて解説する。

2. 水分特性曲線と土壌間隙構造

2.1 水分特性曲線

まずは、水分ポテンシャルに関する教科書レベルの話 (ヒレル, 2001; 石原, 2001; 地盤工学会, 2005; Kirkham, 2005; Yong et al., 2012; 田中丸ら, 2016) から始める。土壌水の単位量あたりのエネルギーをポテンシャルと言う。単位量には単位質量、単位体積、単位重量の3種類があり、それぞれ化学ポテンシャル、体積ポテンシャル、重量ポテンシャルと言う。水の化学ポテンシャルを μ 、体積ポテンシャル ψ 、重量ポテンシャルを h 、密度を ρ_w 、重力加速度を g とすると、

$$\mu = \frac{\psi}{\rho_w} = hg \quad (1)$$

の関係があり、SI単位系では、化学ポテンシャルは J kg^{-1} 、体積ポテンシャルはPa、重量ポテンシャルはmの単位であらわされる。重量ポテンシャルは水頭あるいはヘッドとも呼ばれる。

土壌の水分ポテンシャルには、重力ポテンシャル、マトリックポテンシャル、静水圧ポテンシャル、空気圧ポテンシャル、載荷ポテンシャル、浸透ポテンシャルがあり、その和が総ポテンシャルとなる。重力ポテンシャルは、重力場における基準面との高さの差によるポテンシャルであり、基準面の高さによって値が変化する。マトリックポテンシャルは、土壌と水との間の毛管力と吸着力に起因するポテンシャルである。静水圧ポテンシャルは

飽和土壌にかかる静水圧に起因するポテンシャルであり、空気圧ポテンシャルは不飽和土壌中の空気圧に起因するポテンシャルである。飽和膨潤性土壌に載荷圧がかかるときに、載荷ポテンシャルを考慮することもある。浸透ポテンシャルは、土壌水中に含まれる溶質による浸透圧に起因するポテンシャルである。

水分特性曲線は、マトリックポテンシャルと体積含水率の関係をグラフにあらわした曲線である。マトリックポテンシャルは負の値となるため、負のポテンシャルであるサクションを使って、マトリックサクションと体積含水率の関係としてもあらわされる。ここからは、マトリックサクションの重量ポテンシャル表記を h 、体積ポテンシャル表記を ψ とする。すなわち、ポテンシャルは負であるが h と ψ は正の値となる。マトリックサクションの単位は体積ポテンシャル kPa で表現することが標準的であるが、慣例として水頭 cm で表現することが多く、また、マトリックサクション h (cm) の常用対数 pF を保水性の指標とし、水分特性曲線を pF-水分曲線と呼ぶことがある。すなわち、

$$pF = \log_{10}(h) \quad (2)$$

である。 ψ の単位を kPa、 h の単位を cm として、 $\rho_w = 1 \text{ g cm}^{-3} = 103 \text{ kg m}^{-3}$ 、 $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ とすると、

$$10^3 \psi = 10^{-2} h g \rho_w = 98 h \quad (3)$$

したがって

$$\psi = 10^{-5} h g \rho_w = 0.098 h \quad (4)$$

と換算できる。このことから、 $pF = 3$ のマトリックサクションは、水頭では 1000 cm であり、体積ポテンシャルでは 98 kPa となる。なお、SWRC Fit では、データの単位系について仮定をしていない。入力データの単位系に依存して、出力されるパラメータの単位が決まる。

図 1 に、米国農務省塩類研究所が開発した不飽和土壌移動特性水分データベース UNSODA (Nemes et al., 2001) から土性が異なる 3 つの土壌水分データを選んで、SWRC Fit によって回帰した曲線を示す。試料はそれぞれ Bouten et al. (1991) のオランダの砂 (UNSODA 3350)、Richard and Lüscher (1983) のスイスのシルト質ローム (UNSODA 2760)、Becher (1970) の粘土 (UNSODA 4680) である。また、回帰モデルはそれぞれ本稿で解説をする Brooks and Corey モデル、Seki モデル、Kosugi モデルを使っている。水分特性曲線は全体的に粘土の方が砂よりも水分量が多い領域にある。すなわち、粘土は砂よりも保水性が高い。土壌水分が少なくなると植物がしおれ、水を与えないとし

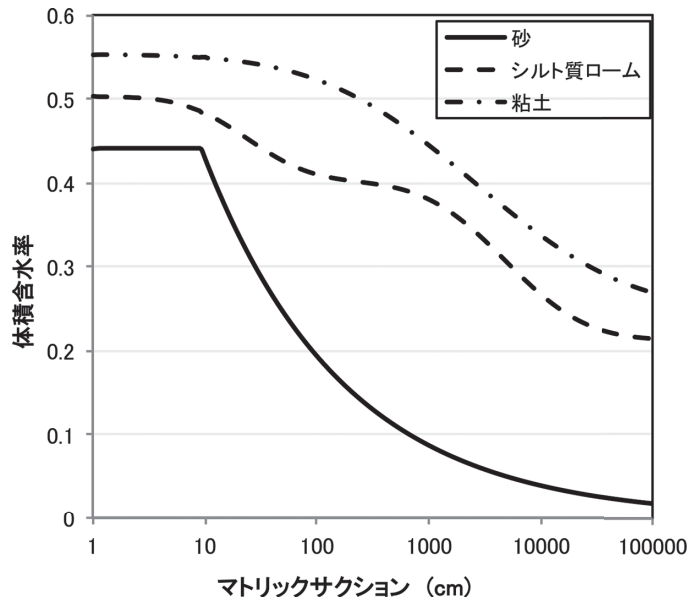


図 1. 土壌の水分特性曲線の比較 (出典は本文中に記載)

おれが回復しない程度に至る時の土壌の水分ポテンシャルを永久しおれ点と言う。永久しおれ点は、多くの植物で -1.5 MPa 付近である。すなわち、植物の根が土壌から水分を吸収する力はこの程度であると考えることができる。

2.2 土壌間隙の毛管モデル

マトリックポテンシャルは、水と土壌の間に働く毛管力と吸着力に起因するポテンシャルであり、毛管力に着目して毛管ポテンシャルとも言う。自由水の中に毛細管を入れた時に、水と毛細管の壁との間に凹面のメニスカスが生じて接触角が鋭角となることで、水と壁面の間の表面張力と吸着力に起因する上向きの力が働き、その上向きの力と釣り合うまで毛管内の水位が上昇する毛管上昇という現象がある。T を水と空気との表面張力、 β を接触角としたときに、半径 r の毛管上昇高を h (m) とすると、

$$h = \frac{2T\cos\beta}{\rho_w g r} \quad (5)$$

となる。すなわち、 $C = 2T\cos\beta / \rho_w g$ とすれば、

$$h = C/r \quad (6a)$$

である。たとえば 20°C における水の表面張力 $T = 0.07275$ N/m で、ガラス管と水の接触角

$\beta = 20^\circ$ 、 $\rho_w = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ 、 $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ とすると、半径0.1 mmの管の毛管上昇高は 14 cm となる。この時、毛管上昇水の表面では、水の重力ポテンシャルが h 、マトリックポテンシャルが $-h$ となり、総ポテンシャルが $h - h = 0$ となって、平衡状態となる。式 (6 a) を体積ポテンシャル ψ であらわすと

$$\psi = C' / r \quad (6 b)$$

となる。ここで $C' = 2 T \cos \beta$ であり、定数が変化するだけである。

土壌間隙を直径の異なる多数の毛管が束ねられているものであるとする毛管モデルを考える。土壌水のマトリックポテンシャルが $-h$ のとき、半径が h/C 以下の毛管には水が保持されるが、 h/C よりも大きい半径の毛管からは排水される。ここで、間隙径分布関数 $f(r)$ を次のように定義する。

$$f(r) = \frac{d\theta}{dr} \quad (7)$$

r は間隙を毛管と考えた時の半径(m)、 θ は体積含水率、すなわち単位体積の土壌に含まれる水の体積の割合である。 $f(r) dr$ は単位体積の土壌あたりの r から $r + dr$ までの半径の管の体積であり、半径 r 以下の管にのみ水が満たされている時の体積含水率 $\theta(r)$ は

$$\theta(r) = \int_0^r f(r) dr + \theta_r \quad (8)$$

となる。 θ_r は残留体積含水率であり、土壌粒子が直接水分子を吸着することによって強い力で保持されているために、高い吸引圧力をかけても土壌中に残留すると考えられる水分量である。式 (7) (8) より

$$f(r) = \frac{dh}{dr} \frac{d\theta}{dh} = - \frac{C}{r^2} \frac{d\theta}{dh} = - \frac{h}{r} \frac{d\theta}{dh} \quad (9)$$

となり、水分特性曲線を関数 $\theta(h)$ として表記できれば、その導関数から間隙径分布を計算できる。このように、水分特性曲線は間隙径分布と密接な関係があり、水分特性曲線を測定することは土壌間隙構造を知る手がかりとなる。

ここで、間隙径分布をグラフにする時には、一般に横軸の間隙径 r を対数軸として $f(r)$ を表示するが、それはあまり適切な表示方法ではない。間隙径分布関数 $f(r)$ は、 $f(r) dr$ が θ をあらわすことで、式 (8) のようにグラフの下面積が θ となるとところに特徴があり、横軸を対数としてしまうとその面積が変わってしまうためである。そこで、間隙径の対数 R を $R = \ln(r)$ として、対数間隙径分布関数 $g(R)$ を

$$g(R) = d\theta/dR = r d\theta/dr \quad (10)$$

とすると、 $g(R)$ のグラフはその下の面積が θ となる。そして、横軸に r の対数軸、縦軸に $g(R)$ のグラフを書けば、その下の面積が θ に比例する。式(9)と(10)より

$$g(R) = r d\theta/dr = -hd\theta/dh \quad (11)$$

となることから、 $\theta(h)$ から直接 $g(R)$ を計算することができる。

2.3 測定法

ここでは実験方法の詳細には触れず、測定原理を簡潔に記す。現場土壌での水分ポテンシャルの測定は、テンシオメーターを使う。これは、先端に多孔質セラミックカップをつけたチューブの中に水を満たしたもので、セラミックカップを土壌に接触させることで、土壌水とテンシオメーター内の水の圧力を平衡させて、チューブ内の水の圧力と大気圧の差を計測することで、土壌の水分ポテンシャルを計測する。この測定法の理論的な限界は真空、すなわち大気圧に相当するサクシオンであり、現実的にはセラミックカップに空気が侵入する圧力となり、通常は約 -85 kPaである。

現場土壌を採取して、実験室内で水分量を変化させながらマトリックポテンシャルと水分量を測定することで、水分特性曲線を描くことができる。ここで、その実験方法にはいくつかの方法がある。

1つ目は、吸引圧をかける方法である。土壌を測定用の容器に充填し（この時に、現場土壌を攪乱せずにそのまま測定する方法と、再充填する方法があり、異なる測定結果が得られる）、飽和した状態から段階的に吸引圧をかける。排水量を測定し、最終的な土壌水分量を測定することで、マスバランスから各吸引圧ごとの土壌水分を知ることができる。吸引圧をかける方法には、排水する位置における水面の高さを変える水頭法と、真空ポンプを用いる減圧法があり、水頭法では高さによって制御するため -16 kPa程度が限界であり、減圧法では配管内の気泡の発生を考えると -50 kPa程度のポテンシャルが下限とされる（地盤工学会, 2005）。

2つ目は、加圧する方法である。圧力チャンバーの中に土壌試料を入れて、土壌試料からの排水口をチャンバー外で大気圧とする。チャンバー内を加圧することで、土壌試料内から水が脱水される。加圧法では1気圧を超える圧力をかけることができるため、吸引法よりも高いサクシオンまで水分特性曲線を作成することができる。その限界は1 MPa程度であるとされる（地盤工学会, 2005）。

3つ目は、土壌を乾燥させて空気と平衡させて、その空気の相対湿度を測定することで、土壌中の水分ポテンシャルを測定する方法である。蒸気圧法とサイクロメーター法がある。

また、後述する不飽和水分移動のモデルを使って、実験室内で加圧または吸引によって圧力を制御しながら飽和土壌からの排水量を測定して、その測定値にあうような水分特性

のパラメータと不飽和透水係数のパラメータを逆解析によって同時に推定するマルチステップ流出法という手法もある。

3. 不飽和水分移動解析と水分特性モデル

3.1 Richardsによる不飽和土壌水分移動の方程式

Richards (1931) は、ダルシー式と連続式から不飽和土壌中の水の動きを記述する流れの非定常方程式を導いた。これを、一般にリチャーズ式と言う。ダルシー式は

$$q = -K\nabla H \quad (12)$$

ここで、 q はフラックス（単位時間に単位面積を垂直に通過する水の体積）（ m s^{-1} ）、 K は透水係数（ m s^{-1} ）、 ∇ は微分演算子ナブラ、 H は全水頭ポテンシャル（ m ）である（単位系は原著からSIへと変換した）。ここで、全水頭は重力水頭、すなわち基準面からの高さ $z(\text{m})$ と、マトリックポテンシャル $h(\text{m})$ の和として $H=h+z$ と書くことができる。そして、連続の方程式は

$$\nabla q = -\frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (13)$$

ここで、 t は時間（ s ）である。式（12）（13）より、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla K \nabla H \quad (14)$$

という式が得られる。鉛直一次元の流れでは、 $H=h+z$ を代入して、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (15)$$

となる。これが、水頭と水分量の両方が式に含まれている混合形式のリチャーズ式である。Richards (1931) は、 θ を消して h に統一するために、水分特性曲線 $\theta(h)$ の導関数 $C(h)$ を

$$C(h) = d\theta / dh \quad (16)$$

とすることで、

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla K(h) \nabla H \quad (17)$$

という方程式を導いた。ここで、 $C(h)$ は水分容量と呼ばれる。これが、圧力水頭表記のリチャーズ式である。さらに、Klute (1952) は水分拡散係数 $D(\theta)$ を

$$D(\theta) = K(\theta) / C(\theta) \quad (18)$$

と定義することで、水分量表記のリチャーズ式

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla D(\theta) \nabla \theta \quad (19)$$

を導いた。

3.2. 不飽和透水係数のモデル

このように、リチャーズ式によって不飽和土壌中の水分移動が記述されたことで、その解析には水分特性関数 $\theta(h)$ と不飽和透水係数 $K(h)$ あるいは $K(\theta)$ が必要とされることとなり、その実験的あるいは理論的な解析が進められた。土壌間隙構造の毛管モデルから土壌間隙と透水係数の関係を導くことで、水分特性関数と不飽和透水係数の間の関係を導くモデルは色々と提案されたが、その中でも本節で紹介するBurdineとMualemのモデルが有名である。

Rose (1949) は、水分特性関数が与えられた時に不飽和透水係数を計算するための式を提案し、Burdine (1953) は、その式を実験データにより検証した。それが、Burdineの式として知られるこのような式である。

$$K_r = S_e^2 \int_0^{S_e} \frac{1}{h^2(S_e)} dS_e / \int_0^1 \frac{1}{h^2(S_e)} dS_e \quad (20)$$

ここで、 K_r は相対透水係数で、飽和透水係数 $K_s(\text{m s}^{-1})$ に対して

$$K_r = K / K_s \quad (21)$$

と定義される。 S_e は有効水分で

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (22)$$

と定義される。ここで、 θ_s は飽和体積含水率であり、土壌が完全に飽和すれば間隙率と等しくなるため間隙率と等しいとされることもあるが、フィールドでは飽和した土壌中にも気泡が含まれているため、現場の飽和体積含水率が測定されて、間隙率よりも小さい値が使われることもある。水分特性曲線の逆関数 $h(\theta)$ に対して、 $h(S_e)$ と変数を変換して、 $h(S_e)^{-2}$ の定積分を計算しているのがBurdineの式である。式(20)において、積分をする変数 S_e と定積分区間にあらわれる S_e が同じ変数で紛らわしいため、別の変数で表記することもあるが、ここでは両者を同じ変数で表記した。変数 S_e で積分してから定数 S_e を代入して定積分を計算するという意味である。

Mualem (1976) は、Burdineの式を改良して、土壌間隙の屈曲度を反映するための自由度をパラメータ p に持たせて、実験データにあわせやすくした次のような式を作成した。

$$K_r = S_e^p \left[\int_0^{S_e} \frac{1}{h(S_e)} dS_e / \int_0^1 \frac{1}{h(S_e)} dS_e \right]^2 \quad (23)$$

そして、文献から45種類の土壌に対してこのモデルで検証したところ、 $p=0.5$ の時の最善であったとしている。そのため、式(23)で $p=0.5$ としたものをMualemの式とすることもある。

Burdineの式とMualemの式を一般化すると

$$K_r = S_e^p \left[\frac{\int_0^{S_e} h(S_e)^{-q} dS_e}{\int_0^1 h(S_e)^{-q} dS_e} \right]^r \quad (24)$$

となる。Burdineの式では $p=2$, $q=2$, $r=1$ であり、Mualemの式では($p=0.5$), $q=1$, $r=2$ である。 r の値を定めてから、 p と q を不飽和透水係数の測定値にあわせるフィッティングパラメータとする方法もある。

3.3. 水分特性モデル

SWRC Fit に実装されている6種類の水分特性モデルについて、順次紹介する。それぞれの式と不飽和透水係数の式との関係や土壌間隙構造との関係についても述べる。

3.3.1. Brooks and Corey モデル

Brooks and Corey (1964) は、実験的に求めた h と S_e の関係を両対数グラフにプロットすると、飽和に近い領域を除いて直線に載ることを示した。その直線の傾きを $-\lambda$ として

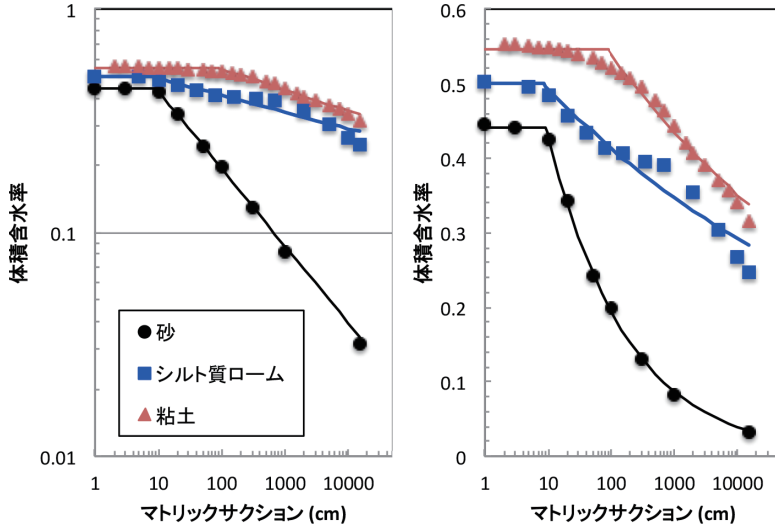


図2. 図1の水分特性データの Brooks and Corey 式による回帰 (両対数軸と片対数軸)

$$\begin{cases} S_e = (h/h_b)^{-\lambda} & \text{if } h > h_b \\ S_e = 1 & \text{if } h \leq h_b \end{cases} \quad (25)$$

という水分特性のモデル (Brooks and Corey の式) を提案した。ここで、 h_b と λ は正の定数で、 h_b は空気侵入値である。図2に、図1と同じ土壌試料の水分特性曲線を、式(25)で回帰したグラフを示す。左側の両対数グラフでは、空気侵入値から先が直線となる。図2では、砂のデータが Brooks and Corey モデルによく適合している。

Brooks and Corey はさらに、式(25)の逆関数 $h = (h_b S_e)^{-1/\lambda}$ を Burdine の式(20)に代入することで

$$K_r = S_e^{3 + \frac{2}{\lambda}} \quad (26)$$

を導いた。式(25)と Mualem の式(23)からは

$$K_r = S_e^{p + 2 + \frac{2}{\lambda}} \quad (27)$$

が得られ、 $p = 1$ とすれば式(26)と一致する。

3.3.2 van Genuchtenモデル

van Genuchten (1980) は、次のような水分特性のモデルを提案した。

$$S_e = \left[\frac{1}{1 + (\alpha h)^n} \right]^m \quad (28)$$

ここで、 α 、 m 、 n は定数である。この式からMualemの式 (23) を解析的に解くためには、 $S_e = x^m$ と変数変換して

$$\int x^{m-1+1/n} (1-x)^{-1/n} dx \quad (29)$$

という積分を解くことが必要となるが、一般的には式 (29) の解析解は求められない。ただし、 $k = m - 1 + 1/n$ が整数であれば解析解を計算することができる。特に、 $k = 0$ の時、すなわち

$$m = 1 - 1/n \quad (n > 1, 0 < m < 1) \quad (30)$$

の時に、式 (23) は

$$K_r = S_e^p [1 - (1 - S_e^{1/m})^m]^2 \quad (31)$$

とすることができることを示した。式 (28) と (30) をセットでvan Genuchten式、さらに式 (31) を加えてvan Genuchten—Mualem式として、非常に多くの研究で土壌水分移動特性のモデルとして採用される標準的な式となっている。一般化された不飽和透水係数の式 (24) を使うと、 $m = 1 - q/n$ の拘束条件を与えて、

$$K_r = S_e^p [1 - (1 - S_e^{1/m})^m]^r \quad (32)$$

となる。

van Genuchtenの式 (28) は、 h が大きくて $1 + (\alpha h)^{-n} \approx 1$ と近似できるときに、 $S_e \approx (\alpha h)^{-mn}$ となり、 $h_b = 1/\alpha$ 、 $\lambda = mn$ とすれば、Brooks and Coreyの式 (25) と一致する (h が大きい値のときなので、 $h > h_b$ のみ比較する)。一方、 h の値が小さいところでは、傾き (導関数) が不連続に変化する点 (空気侵入値) を持たずに、Brooks and Coreyの式と比較すると滑らかに変化する。式 (25) は、2階導関数 $d^2 S_e / dh^2 = 0$ となる変曲点を持つS字

型曲線になる、という特徴がある。Brooks and Coreyの式は、 $h > h_b$ において常に $d^2S_e/dh^2 > 0$ すなわち「下に凸」のグラフとなるのに対して、van Genuchten式では h が小さい領域で $d^2S_e/dh^2 < 0$ の「上に凸」のグラフとなり、多くの土壌試料と実測値によく適合する。

一方で、明瞭な空気侵入値を持たないことは、不飽和水分移動解析で飽和に近いところで解析が安定しない原因となることもある。式(31)は m が小さい時に飽和に近い領域で大きく変化して、水分移動解析が不安定となることがあり、van Genuchtenの式に空気侵入値を組み入れた次のようなモデルが使われることもある (Vogel et al., 2001)。

$$\begin{cases} \theta = \theta_r + (\theta_m - \theta_r) \left[\frac{1}{1 + (\alpha h)^n} \right]^m & \text{if } h > h_b \\ \theta = \theta_s & \text{if } h \leq h_b \end{cases} \quad (33)$$

ここで、式(33)の上の式では、 θ_s ではなく θ_m というパラメータとなっている。これは、 $h = h_b$ の時に $\theta = \theta_s$ となるような値として、下の式と連続させる。 h_b の値は、たとえば $h_b = 2 \text{ cm}$ のように適宜設定する。

式(28)に(22)を代入した $\theta(h)$ 関数

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[\frac{1}{1 + (\alpha h)^n} \right]^m \quad (34)$$

を h で微分して、van Genuchten (1980) は次の式を得た (付録1)。

$$\begin{aligned} h \frac{d\theta}{dh} &= \frac{-mn(\theta_s - \theta_r)(\alpha h)^n}{[1 + (\alpha h)^n]^{m+1}} \\ &= \frac{-m(\theta_s - \theta_r)}{1-m} S_e (1 - S_e^{1/m}) \end{aligned} \quad (35)$$

すなわち、式(11)の対数間隙径分布は

$$\begin{aligned} r \frac{d\theta}{dr} &= \frac{mn(\theta_s - \theta_r)(\alpha h)^n}{[1 + (\alpha h)^n]^{m+1}} \\ &= \frac{m(\theta_s - \theta_r)}{1-m} S_e (1 - S_e^{1/m}) \end{aligned} \quad (36)$$

となる。

van Genuchten式の水分特性曲線は変曲点が存在するが、その座標、すなわち $\frac{d^2\theta}{dh^2} = 0$ となる点の座標を計算するのは複雑である。しかし、 h を対数軸としたときの水分特性曲線の変曲点、すなわち

$$H = \ln h \quad (37)$$

としたときに $\frac{d^2 \theta}{dH^2} = 0$ となる変曲点の座標を計算することは比較的容易である。変曲点における h と S_e を h_i , S_i とすれば、次の式が導かれる (付録 2)。

$$h_i = \frac{m^{m-1}}{\alpha} \quad (38a)$$

$$S_i = \left[\frac{m}{1+m} \right]^m \quad (38b)$$

ここで、無次元量 x , y を

$$x = h/h_i = r_i/r = \alpha h/m^{m-1} \quad (39a)$$

$$y = -h \frac{dS_e}{dh} = r \frac{dS_e}{dr} \quad (39b)$$

と定義することで (r_i は h_i に対応する間隙径)、無次元化された van Genuchten の式

$$S_e = \left[1 + \frac{x^{1-m}}{m} \right]^{-m} \quad (40a)$$

$$y = \frac{x^{1-m}}{m} \left[1 + \frac{x^{1-m}}{m} \right]^{-m-1} \quad (40b)$$

を作成すると、対数間隙径分布が $x = 1$ でピークを持つ曲線となり、 m の値によって曲線の形が変化する (図 3)。 m が大きくなるほど、分布の分散は小さくなり、左右対称に近くなる。 m が小さくなると、グラフの立ち上がりに比べてなだらかに減少するグラフとなる。左右対称であれば $S_i = 0.5$ となるはずであるが、式 (38b) より $0.5 < S_i < 1$ となる。

式 (38) から、 h を対数軸とした水分特性曲線の変曲点の座標がわかれば、 m と α の値を決定することができる。しかし、実験データから変曲点の座標を読み取るのは至難であるとして、van Genuchten は、水分特性の実験データから式 (28) のパラメータを決める次の手順を示している。まずは θ_s と θ_r を実験データから決める。 θ_r は、たとえば永久しおれ点のような非常に乾燥した土壌の水分量とする。次に、水分特性 $\theta(h)$ の対数グラフで、 $S_e = 0.5$ となる点のサクション h_p と、その点におけるグラフの傾きの絶対値 $S_p = |d\theta / d(\log(h))|$ を読み取り、 m 、 α と h_p 、 S_p の関係式から、 m と α を決める。低水分領域の水分特性のデータがないときには θ_r を外挿し、実験データに一番よくあう θ_r をみつける。

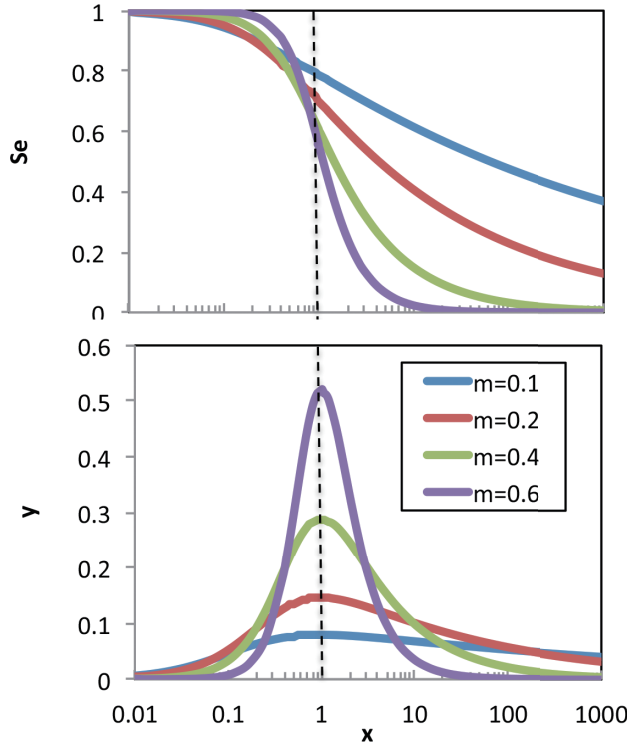


図3．無次元化されたvan Genuchtenモデルの水分特性と対数間隙径分布

さらに、非線形最小二乗法によって θ_r 、 m 、 α を同時に推定することができるとして、そのためのプログラムを作成した。

3.3.3. 間隙径対数正規分布モデル

Kosugi (1994) は、Brutsaert (1966) の間隙径が対数正規分布するというモデルに空気侵入値 h_b を入れたこのような水分特性モデルを提案し、

$$\begin{cases} S_e = Q \left[\ln \left(\frac{h-h_b}{h_m-h_b} \right) / \sigma \right] & \text{if } h > h_b \\ S_e = 1 & \text{if } h \leq h_b \end{cases} \quad (41)$$

さらにKosugi (1996) は $h_b = 0$ として空気侵入値をなくした修正モデルを提案した。

$$S_e = Q \left[\frac{\ln(h/h_m)}{\sigma} \right] \quad (42)$$

ここで、 h_m と σ はパラメータで、関数 Q は標準正規分布関数（標準正規累積分布関数）の

余関数で

$$Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (43)$$

である。そして、式 (42) を Mualem 式 (23) に代入することで

$$K_r = S_e^p \left[Q \left\{ \frac{\ln(h/h_m)}{\sigma} \right\} + \sigma \right]^2 \quad (44)$$

を得た。

式 (42) は、 $y = \ln(h/h_m)/\sigma$ とすると $\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)Q(y)$ と書けるので、その導関数は

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dh} &= \frac{dy}{dh} \frac{d\theta}{dy} = \frac{1}{\sigma h} \frac{-(\theta_s - \theta_r)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \\ &= -\frac{\theta_s - \theta_r}{(2\pi)^{1/2} \sigma h} \exp\left[-\frac{\{\ln(h/h_m)\}^2}{2\sigma^2}\right] \end{aligned} \quad (45)$$

と計算され、式 (9) より間隙径分布関数が

$$f(r) = \frac{\theta_s - \theta_r}{(2\pi)^{1/2} \sigma r} \exp\left[-\frac{\{\ln(r/r_m)\}^2}{2\sigma^2}\right] \quad (46)$$

と計算される。 $f(r)$ は対数正規分布であり、 $\ln(r)$ が平均 r_m 、分散 σ^2 の正規分布 $N(r_m, \sigma^2)$ となる。Kosugi の式は、パラメータが間隙径分布の統計量を直接あらわす、という分かりやすさが特徴であり、対数間隙径分布のピーク r_m を h_m から計算すれば支配的な間隙の大きさが計算できる。

3.3.4. Fredlund and Xing モデル

Fredlund and Xing (1994) は、次の水分特性モデルを提案した。

$$S_e = \left[\frac{1}{\ln[e + (h/a)^n]} \right]^m \quad (47)$$

ここで、 a 、 m 、 n はパラメータで、 e はネイピア数（自然対数の底）である。Fredlund and Xing は、van Genuchten の式では間隙径分布が急激に低下し、水分特性曲線がすぐに低下してしまうため、高いサクションでも緩やかに低下するような土壌の水分特性曲線は

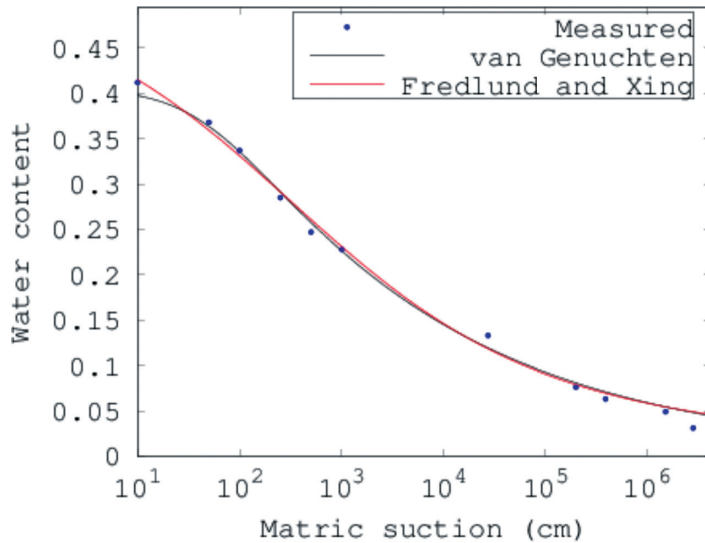


図4. ウクライナのチェルノーゼム (UNSODA 3090) の水分特性曲線

このモデルの方がよくあうとした。実際には、van Genuchtenモデルでも広いサクション領域に対してFredlund and Xingモデルと同等の回帰をできる場合が多い。例として、図4のチェルノーゼムでは、van Genuchten式の決定係数もFredlund and Xing式の決定係数ともに0.995である。Kosugi式でも、決定係数は0.996であり、ほぼ同等である。van Genuchten式では $m=0.11$ と m の値が小さいことで、緩やかに高サクション領域まで低下する曲線となる。

一方で、van GenuchtenモデルやKosugiモデルと比べて、Fredlund and Xingモデルの方が精度良く推定できるような土壌試料もある。その例として、図5のデンマークの砂質土 (Jacobsen, 1989) では、van GenuchtenモデルよりもFredlund and Xingモデルの方がよく適合する。低サクション領域で急激に体積含水率が低下することから、van Genuchten式で $m=0.74$ と m の値が大きくなってしまったため、高サクション領域で緩やかに低下する部分が適合しないが、Fredlund and Xingモデルではパラメータの自由度がvan Genuchtenモデルよりも1つ多いため、水分特性曲線が低サクション領域で急激に低下し、高サクション領域で緩やかに低下する、すなわち間隙径分布が急激に立ち上がって緩やかに低下するような非対称の分布 (歪みのある分布) を表現することができる。

Fredlund and Xingは、水分特性曲線のグラフからおおまかにパラメータを推定する手順として、次の手法を提案している。まずは、 θ_s と θ_r をグラフから読み取る。次に、グラフから変曲点の座標 (h_i , θ_i) を読み取る。さらに、変曲点における接線の傾きを読み取り、その絶対値を s とする。すると、パラメータはそれぞれ次のように近似できる。

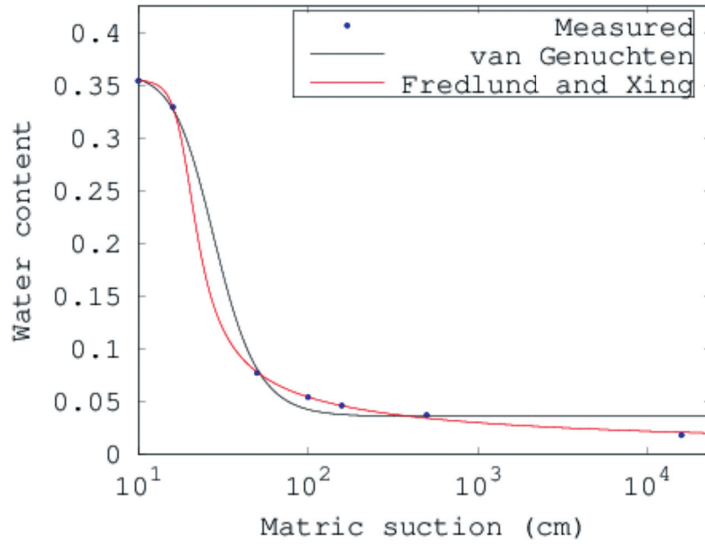


図5. デンマークの砂質土（UNSODA 3332）の水分特性曲線

$$\begin{cases} a = h_i \\ m = 3.67 \ln\left(\frac{\theta_s}{\theta_i}\right) \\ n = \frac{1.31^{m+1}}{m\theta_s} 3.72sh_i \end{cases} \quad (48)$$

このようにして得たパラメータを初期値として、非線形回帰によってパラメータ a , m , n を最適化することで、推定値が得られるとした。

Fredlund and Xing (1994) は、サクションが 10^6 kPa 程度で水分量が完全になくなること、そして残留体積含水率に相当するような高いサクション（たとえば 3000 kPa）から先はサクションの対数に対して直線的に体積含水率が低下することが実験的に示されていることから、そのような高いサクションの領域をモデルで適合させるために、式 (47) に修正関数 $C(h)$

$$C(h) = \frac{-\ln(1+h/h_r)}{\ln[1+(h_{\max}/h_r)]} + 1 \quad (49)$$

を加えた水分特性モデル

$$S_e = C(h) \left[\frac{1}{\ln[e+(h/a)^n]} \right]^m \quad (50)$$

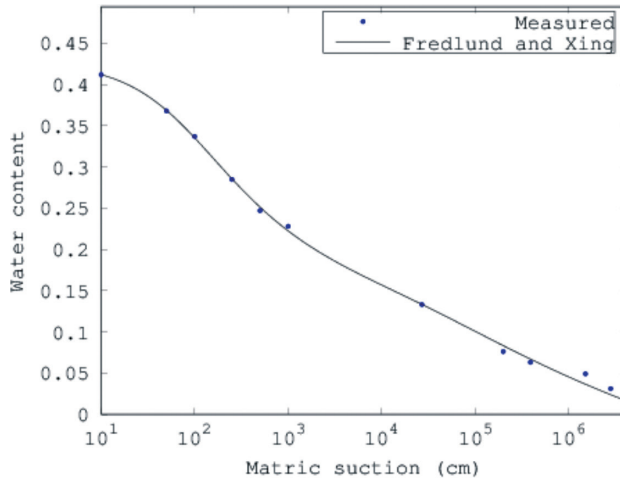


図6．ウクライナのチェルノーゼム（UNSODA 3090）の水分特性曲線

を提案した。ここで、 h_r は体積含水率が残留体積含水率となるようなサクシオンで、 h_{\max} は $\theta = 0$ となるサクシオン、すなわち 10^6 kPa程度で、 h_r から h_{\max} までのサクシオンで、水分特性曲線が直線的に変化する。この式は $h > h_{\max}$ に対しては定義されず、 h_{\max} で体積含水率が0となることから、式(50)を使う時には $\theta_r = 0$ とする。図6は、図4の水分特性曲線を、式(50)で回帰したもので、高サクシオン領域の精度が向上したことで、決定係数は0.998と若干向上した。パラメータは、 $\theta_s = 0.426$ 、 $\theta_r = 0$ 、 $a = 53.5$ cm、 $m = 0.562$ 、 $n = 1.034$ 、 $h_r = 30000$ cm、 $h_{\max} = 10^7$ cmである。

Fredlund and Xing (1994) のモデルでは、Mualemの式による不飽和透水係数の解析解が与えられていないため、不飽和水分移動解析が必要とされる時には使いにくいモデルであるが、その必要がないのであれば便利なモデルである。SWRC Fitでは当初このモデルを入れていなかったが、環境地盤工学の分野でよく使われているので実装してほしいというアメリカの研究者からのメールにより、2016年のバージョン3.0から実装した。

3.3.5. DurnerとSekiの二峰性モデル

Durner (1994) は、van Genuchtenの式(28)を線形結合した

$$S_e = \sum_{i=1}^k w_i \left[\frac{1}{1 + (\alpha_i h)^{n_i}} \right]^{m_i} \quad (51)$$

というモデルを提案した。ここで、 k はサブシステムの数で、サブシステム i のvan Genuchtenパラメータが (α_i, m_i, n_i) であり、 w_i は重み付け定数で $0 < w_i < 1$ かつ $\sum w_i = 1$ である。 $m_i = 1 - 1/n_i$ の拘束条件は明示的には与えないとしているが、与えても構わない。間隙径分布が k 個のピークを持つ多峰性分布となるため、多峰性モデルと言う。

SWRC Fitでは、 $k = 2$ の二峰性モデルで、なおかつ $m_i = 1 - 1/n_i$ の拘束条件を与えた式についてパラメータを推定できる。

日本の火山灰性土壌では、団粒が発達しているため間隙径分布が団粒内間隙と団粒間隙の2つのピークを持ち、これまでに示したような間隙径分布が1つのピークを持つ単峰性モデルではそのような曲線をよくあらわすことができない。そのため、二峰性モデルが有効である。さらに Durner (1994) は、低いサクション、すなわち飽和に近い領域に間隙径分布の1つ目のピークがあり、単峰性モデルではそのピークを再現できない時に、単峰性モデルでは飽和に近い領域における不飽和透水係数の差が多峰性モデルで水分特性曲線全体をあわせた時と比べて非常に大きく異なるため、飽和に近い領域の水分特性曲線をよくあわせるために多峰性モデルを使うことは意義が大きいとした。

式 (51) の微分は van Genuchten 式の微分の線形結合となるので、間隙径分布を得るのは簡単であるが、Mualem 式の解析解を得るのは容易ではないように見える。しかし、Priesack and Durner (2006) は、Mualem 式の解析解が容易に計算できることを示した。水分特性関数を

$$S(h) = \sum_{i=1}^k w_i S_i(h) \quad (52)$$

とすると、Burdine 式と Mualem 式を一般化した式 (24) の中の積分の計算は

$$\begin{aligned} \int_0^{S_0} h(S)^{-q} dS &= \int_{-\infty}^{h_0} h(S)^{-q} \frac{dS}{dh} dh \\ &= \int_{-\infty}^{h_0} h(S)^{-q} \left(\sum_{i=1}^k w_i S_i(h) \right) dh \\ &= \sum_{i=1}^k w_i \int_{-\infty}^{h_0} h(S_i)^{-q} \frac{dS_i}{dh} dh \\ &= \sum_{i=1}^k w_i \int_{-\infty}^{S_i(h_0)} h(S_i)^{-q} dS_i \end{aligned} \quad (53)$$

となる (ここで、 $S_0 = S(h_0)$)。このことから、 $m_i = 1 - q/n_i$ とすると、式 (24) は

$$K_r = S_e^p \left[\frac{\sum_{i=1}^k w_i \alpha_i \left[1 - (1 - S_i(h_0)^{1/m_i})^{m_i} \right]}{\sum_{i=1}^k w_i \alpha_i} \right]^r \quad (54)$$

となる。

Seki (2007) は、Durner (1994) と同様に、対数正規分布モデル (42) を線形結合した多峰性対数正規分布モデル

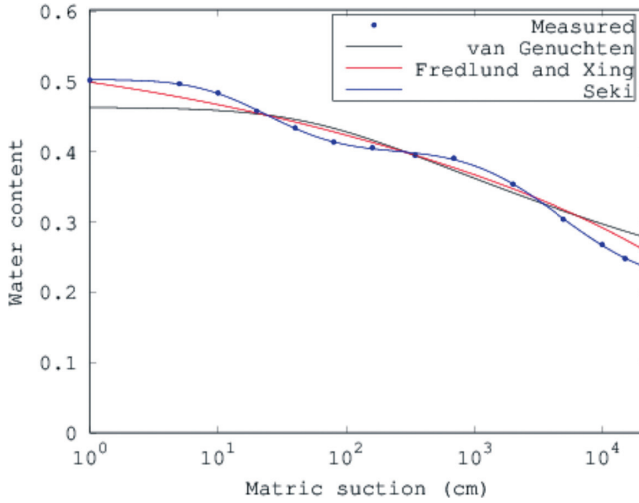


図7. スイスのシルト質ローム (UNSODA 2760) の水分特性曲線

$$S_e = \sum_{i=1}^k w_i Q \left[\frac{\ln(h/h_{m_i})}{\sigma_i} \right] \quad (55)$$

を提案した。 h_{m_i} がそれぞれ対数間隙径分布のピークに相当するので分かりやすい、というメリットがある。SWRC Fitでは、 $k=2$ の二峰性モデルについてパラメータを推定できる。図7に、図1と図2に掲載したシルト質ロームの水分特性曲線を3つの水分特性モデルで回帰したグラフを示す。単峰性モデルであるvan GenuchtenモデルとFredlund and Xingモデルでは表現できない階段状の曲線を、二峰性のSekiモデルで回帰できている。

団粒構造が発達している日本の火山灰性土壌に対する適用例として、Hamamoto et al. (2009) は、西東京市のローム土壌の水分特性曲線をSWRC FitによってSekiモデルで回帰した。間隙径 $2\mu\text{m}$ に相当する $pF\ 3.2$ を境に間隙径分布の山が2つ描かれ、サクションが小さい領域は団粒間隙、サクションが大きい領域は団粒内間隙をあらわしているとした。

式(53)によってMualemモデルによる不飽和透水係数の式を求めると

$$K_r = S_e^p \left[\frac{\sum_{i=1}^k w_i A_i Q \left[\frac{\ln(h_0/h_{m_i})}{\sigma_i + \sigma_i} \right]}{\sum_{i=1}^k w_i A_i} \right]^2 \quad (56)$$

ここで

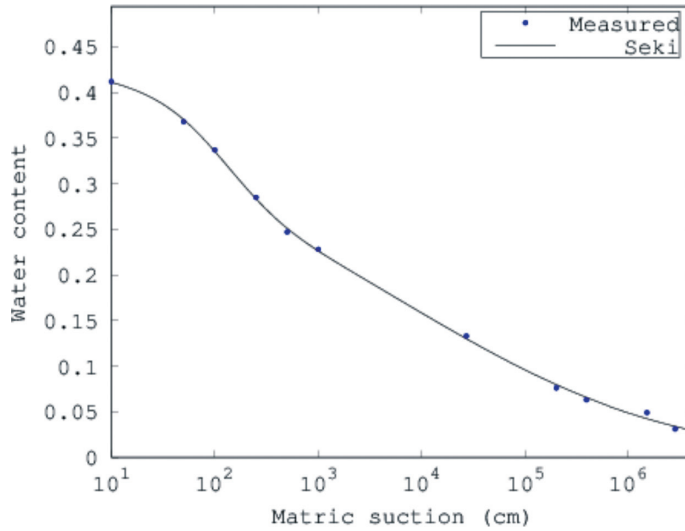


図8. ウクライナのチェルノーゼム (UNSODA 3090) の水分特性曲線

$$A_i = \frac{\exp(\sigma_i^2/2)}{h_{m_i}} \quad (57)$$

となる。

二峰性モデルは自由度が大きいので、広いサクション領域で水分特性のデータにあわせやすい。図4と図6で示したチェルノーゼムの水分特性曲線は、必ずしも明瞭な二峰性の分布ということでもないが、Sekiモデルを使うと図8のように決定係数0.99942できれいにあわせることができる。パラメータは $\theta_s=0.444$, $\theta_r=0$, $w_1=0.214$, $h_{m1}=125$, $\sigma_1=1.03$, $h_{m2}=5690$, $\sigma_2=4.78$ である。

4. おわりに

本報では、水分特性曲線の非線形回帰プログラムSWRC Fitで使われている6種類の水分特性モデルを、間隙径分布、不飽和透水係数のモデルと関連づけながら解説した。水分特性モデルを使う目的、土壌の性質や測定されているサクションの範囲によって、望ましいモデルも変わる。モデルを選択する際に参考となるように、それぞれのモデルの特徴を記した。

いくつかのモデルについては、グラフからパラメータを推定するための方法についても記した。通常のパラメータ決定の手順は、なんらかの方法によって推定したパラメータを初期値として、非線形回帰をすることとなる。複雑なモデルの適切な初期パラメータを定め、パラメータがおかしな値に収束あるいは発散しないように非線形回帰でパラメータを

決定することは、慣れていないと難しい。

SWRC Fitでは、そのようなわずらわしい手順はすべてプログラムにまかせて、水分特性のデータを与えるだけで、簡単に本稿で記した6種類の水分特性モデルのパラメータを同時に推定して、測定データとの適合度を比較できる。本稿の水分特性の回帰は、すべてこのプログラムを使って計算したものである。このプログラムにより簡単にモデルを利用できるようになったものの、モデルを使う時には本稿に記したようなモデルの特徴について知っておくことが望ましい。

SWRC Fit の詳しい使い方や、どのようなアルゴリズムで水分特性モデルのパラメータを決定しているか、という点については、次報以降で解説する予定である。

付録1

式 (35) の導出について、van Genuchten (1980) の記述は簡潔なので、ここに計算手順を記す。式 (34) を微分して

$$\frac{d\theta}{dh} = \frac{-mn\alpha(\theta_s - \theta_r)(\alpha h)^{n-1}}{[1 + (\alpha h)^n]^{m+1}}$$

両辺にhをかけて

$$h \frac{d\theta}{dh} = \frac{-mn(\theta_s - \theta_r)(\alpha h)^n}{[1 + (\alpha h)^n]^{m+1}}$$

式 (28) より $(\alpha h)^n = S_e^{-1/m} - 1$ 、(30) より $n = 1/(1 - m)$ を代入して

$$\begin{aligned} h \frac{d\theta}{dh} &= \frac{-m(\theta_s - \theta_r) \left(S_e^{-\frac{1}{m}} - 1 \right)}{(1 - m) \left(S_e^{-\frac{1}{m}} \right)^{m+1}} \\ &= \frac{-m(\theta_s - \theta_r)}{1 - m} S_e^{1+1/m} (S_e^{-1/m} - 1) \\ &= \frac{-m(\theta_s - \theta_r)}{1 - m} S_e (1 - S_e^{1/m}) \end{aligned}$$

これが式 (35) である。

付録2

式 (38) は van Genuchten (1980) に記されていないので、ここに導出方法を示す。
式 (37) より

$$\frac{d\theta}{dH} = \frac{dh}{dH} \frac{d\theta}{dh} = h \frac{d\theta}{dh}$$

であるから、式 (35) より

$$\frac{d\theta}{dH} = \frac{-m(\theta_s - \theta_r)}{1 - m} S_e \left(1 - S_e^{1/m}\right)$$

この式をHで微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta}{dH^2} &= \frac{-m(\theta_s - \theta_r)}{1 - m} \frac{dS_e}{dH} \frac{d}{dS_e} \left[S_e \left(1 - S_e^{1/m}\right) \right] \\ &= \frac{-m(\theta_s - \theta_r)}{1 - m} \frac{dS_e}{dH} \left[1 - \left(1 + \frac{1}{m}\right) S_e^{1/m} \right] \end{aligned}$$

$dS_e/dH = 0$ となるのは $S_e = 0, 1$ のみであるが、 $S_e = 0$ はHが正の無限大で、 $S_e = 1$ はHが負の無限大であり、これは求めようとしている変曲点の座標ではないため、 $dS_e/dH > 0$ であるとする、 $\frac{d^2\theta}{dH^2} = 0$ が成立するのは

$$\begin{aligned} 1 - \left(1 + \frac{1}{m}\right) S_e^{1/m} &= 0 \\ S_e^{1/m} &= \frac{m}{1 + m} \\ S_e &= \left[\frac{m}{1 + m} \right]^m \end{aligned}$$

これが変曲点なので、

$$S_i = \left[\frac{m}{1 + m} \right]^m$$

この式と式 (28) より

$$(\alpha h_i)^n = S_i^{-1/m} - 1 = \frac{1+m}{m} - 1 = \frac{1}{m} = m^{-1}$$

よって

$$h_i = \frac{m^{-1/n}}{\alpha} = \frac{m^{m-1}}{\alpha}$$

以上で、式 (38) が示された。

引用文献

- Becher, H. H. (1970): Eine Methode zur Messung der Wasserleitfähigkeit von Böden im ungesättigten Zustand. Ph. D. Thesis, TU Hannover, Hannover, Germany.
- Bouten, B.W., Schaap, M. G., Bakker D. J. and Verstratenet, J. M. (1992): Modelling soil water dynamics in a forested ecosystem. I: A site specific evaluation. Hydrol. Processes 6(4): 435-444. doi:10.1002/hyp.3360060405
- Brooks, R. H. and A. T. Corey (1964): Hydraulic properties of porous media. Hydrol. Paper 3. Colorado State Univ., Fort Collins, CO, USA.
- Brutsaert, W. (1966): Probability laws for pore-size distribution. Soil Sci. 101: 85-92. doi:10.1097/00010694-196602000-00002
- Burdine, N. T. (1953): Relative permeability calculations from pore-size distribution data. Petr. Trans. Am. Inst. Mining Metall. Eng. 198: 71-77. doi:10.2118/225-G
- ダニエル・ヒレル (著) 岩田進午・内嶋良兵衛 (監訳) (2001) : 環境土壌物理学 I. 土と水の物理学. 農林統計協会.
- Durner, W. (1994): Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. Water Resour. Res., 30(2): 211-223. doi:10.1029/93WR02676
- Fredlund, D. G. and Xing, A. (1994): Equations for the soil-water characteristic curve. Can. Geotech. J., 31: 521-532. doi:10.1139/t94-061
- Hamamoto, S., Moldrup, P., Kawamoto, K., Komatsu, T. and Rolston, D. E. (2009): Unified measurement system for the gas dispersion coefficient, air permeability, and gas diffusion coefficient in variably saturated soil. Soil Sci. Soc. Am. J. 73: 1921-1930. doi: 10.2136/sssaj2009.0012
- 石原研而 (2001) : 土質力学 第2版. 丸善.
- 地盤工学会 (2005) : 不飽和地盤の挙動と評価. 丸善.
- Jury, W. A. and Horton, R. (2004): Soil physics. 6th Edition. Wiley.

- Kirkham, M. B. (2005): Principles of soil and plant water relations. Elsevier.
- Kosugi, K. (1994), Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. *Water Resour. Res.* 30(4), 891-901. doi:10.1029/93WR02931
- Kosugi, K. (1996): Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resour. Res.* 32: 2697-2703. doi:10.1029/96WR01776
- Klute, A. (1952): A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials. *Soil Sci.* 73: 105-116. doi:10.1097/00010694-195202000-00003
- Mualem, Y. (1976): A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.* 12: 513-522. doi:10.1029/WR012i003p00513
- Nemes, A., M. G. Shaap, F. J. Leij and J. H. M. Wosten (2001): Description of the unsaturated soil hydraulic database UNSODA version 2.0. *J. Hydrol. (Amsterdam)* 251:151-162. doi:10.1016/S0022-1694(01)00465-6
- Priesack, E. and Durner, W. (2006): Closed-form expression for the multi-modal unsaturated conductivity function. *Vadose Zone J.* 5(1): 121-124. doi: 10.2136/vzj2005.0066
- Richard F. and Lüscher P. (1983): *Physikalische Eigenschaften der Böden der Schweiz*, Vol 5. Eidg. Anstalt fuer Vers. CH-8093 Birmensdorf, Spec. Publ. 25.
- Richards, L. A. (1931): Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics.* 1 (5): 318-333. doi:10.1063/1.1745010
- Rose, W. (1949): Theoretical generalizations leading to the evaluation of relative permeability. *J. Petrol. Tech.* 1(5): 111-126. doi:10.2118/949111-G
- Saito, H., Seki, K. and Simunek, J. (2009): An alternative deterministic method for the spatial interpolation of water retention parameters. *Hydrol. Earth Sys. Sci.*, 13: 453-465. doi:10.5194/hess-13-453-2009
- van Genuchten, M. (1980): A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44:892-898.
- Seki, K. (2007): SWRC fit - a nonlinear fitting program with a water retention curve for soils having unimodal and bimodal pore structure. *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*, 4: 407-437. doi:10.5194/hessd-4-407-2007
- 田中丸治哉・大槻恭一・近森秀高・諸泉利嗣 (2016) 地域環境水文学. 朝倉書店.
- Vogel, T., van Genuchten, M. T., Cislerova, M. (2001): Effect of the shape of the soil hydraulic functions near saturation on variably-saturated flow predictions. *Adv. Water Resour.* 24: 133-144. doi:10.1016/S0309-1708(00)00037-3
- Yong, R. N., Nakano, M. and Pusch, R. (2012): Environmental soil properties and behaviour. CRC Press.