

ヘッジファンド・インデックス投資 —ボラティリティ変動とニュース・インパクトの非対称性—

棟 近 み どり

ヘッジファンドは、ITバブル崩壊後の機関投資家の代替投資への傾斜とともに急成長を遂げてきた。それはダイナミックな投資手法を駆使するヘッジファンドの市場動向とは独立的なリスク・リターン特性が注目されてきたからであった。2007-2009年の世界金融危機を経て、2014年にはカルパス（カリフォルニア州職員退職年金基金）が「仕組みが複雑で運用コストも高い」としてヘッジファンド投資から撤退するなど大きな変化にさらされている。欧米の資産運用業界ではETFの急成長と相まって、機関投資家を中心にスマート（オルタナティブ）ベータと呼ばれるインデックス投資への傾斜が進んできている。こうした状況下でヘッジファンド・インデックスは運用成果を示す統計データとしてのみならず、それ自身が投資可能なインデックス商品としてETFにも進出するなど、注目を集めるようになってきている。本稿では、ヘッジファンド・インデックス投資をテーマに、ボラティリティ変動に焦点をあてARMA-GARCHモデルを適用することによって、ニュース・インパクト曲線を通じてそのリスク特性を明らかにすることを目的としている。

keywords : GARCHモデル、インデックス投資、ボラティリティ・クラスタリング、
ニュース・インパクト曲線、レバレッジ効果

目 次

1. はじめに
2. ヘッジファンド・インデックス投資
 - 2-1. ボラティリティ・クラスタリング
 - 2-2. GARCH モデル
3. 推定結果
 - 3-1. ボラティリティの持続性
 - 3-2. 非対称的ボラティリティ変動と
ニュース・インパクト曲線
 - 3-3. モデル診断
4. 結論

1. はじめに

日本の公募投資信託の残高が100兆円（2015年1月末時点：投資信託協会データ）を超え、一般投資家の投資信託への関心が高まっている。また、2014年にはGPIFがポートフォリオ方針の見直しを行い、それを契機に資産運用の専門家たちの間でスマートベータが注目の的となっている。

欧米でもETFの急成長と相まって新型のイン

デックス商品が盛んに提供され、投資家側もパッシブ投資への傾斜を強めてきている¹。こうした流れの中でインデックス商品の多様化が進み、ヘッジファンド業界からも2003年頃よりヘッジファンドのリターンを複製した投資可能なヘッジファンド・インデックス（hedge fund replication）が活発に提供され、上場型のヘッジファンドETFも登場してきている。投資家にとってヘッジファンド投資は、(1) 運用コストが高い、(2) 透明性が低い、(3) 流動性が低い、といった問題がある。Jaeger(2008)はヘッジファンド・インデックス投資はこうした問題点を緩和することが可能となることを指適する一方で、投資可能なヘッジファンド・インデックスをヘッジファンドに直接投資せずにヘッジファンドのリターンを享受する商品として見たとき、それは本当に同様のリターンを低コストの「クローン」(clones)として投資家は獲得できるのかという理論的構造的な問題点も多いとしている。

こうした新しい形態のインデックス投資戦略に

注目が集まることは、「投資家にとってリスクに見合ったリターンとは何か」をマーケットが模索していることであり、マーコヴィッツに始まる現代資産選択理論の命題（最適ポートフォリオの構築）につながる。Amenc, N., Goltz, F. and Maltellini, L. (2013) は、オルタナティブ・ベータ商品の普及・広がりを“如何に最適ポートフォリオを構築するか”というマーケットからの一つの答えであるとしている。

本稿は Munechika, M. (2015) の研究成果を基礎に、ボラティリティ変動の非対称性に注目してニュース・インパクト曲線でヘッジファンド投資戦略のレバレッジ効果を明らかにすることを目的としている。全体の構成は次のとおりである。第2節では、ヘッジファンド・インデックスのデータ概要をまとめ、ボラティリティ・クラスタリングをモデル化するための GARCH、GJR モデルを説明する。第3節では、モデルの推定結果を紹介し、ヘッジファンド戦略のボラティリティ変動の特徴を指摘し、ボラティリティ変動の非対称性をニュース・インパクト曲線で表す。その後、モデル診断を行い、第4節では、分析結果をまとめ、今後の研究について述べ結論とする。

2. ヘッジファンド・インデックス投資

2-1. ボラティリティ・クラスタリング

投資に際して、その対象商品のリスク評価を行うことは資産運用プロセスの第一歩である。ファイナンスの分野では、分散（あるいは、標準偏差：分散の平方根）がリスクの重要な指標の一つとされている。標準偏差はボラティリティとも呼ばれており、多くの金融資産では、収益率の変動が大きい時期と小さい時期がみられ、必ずしもボラティリティが一定ではないことが知られている。こうした現象はボラティリティ・クラスタリングと呼ばれている。ボラティリティ変動の特徴を把握することは、リスク評価において不可欠である。

本稿では、Hedge Fund Research の the HFRX Global Hedge Fund Index のデータを用いて投資可能なヘッジファンド・インデックスのリスク分析を行ってゆく。The HFRX Global

Hedge Fund Index はヘッジファンド業界の全体的な動向を表わす指標として集計され、4つの主要な投資戦略別（Equity Hedge, Event Driven, Macro/CTA, and Relative Value Arbitrage）にデータが公表されている²。このヘッジファンド・インデックスは投資可能なインデックス投資商品であり、透明性を確保した集計方法で日次ベースでの価格付けが行われている。サンプル期間は、2003年3月31日から2014年8月11日である。リターンは連続複利リターンで計算している³。表1は、4つの投資戦略のヘッジファンド・インデックス・リターンの基本統計量をまとめたものである。リターンはいずれの投資戦略もその基本統計量から、負の歪度をもち、正規分布よりも高い尖度を有する裾野の幅の厚い分布形状を有していることがわかる。

まず初めに、ボラティリティ・クラスタリングがヘッジファンド・インデックスにおいて見られるかどうか確認してゆこう。図1は、ヘッジファンド・インデックス・リターンをグラフ化したものである。いずれの投資戦略にもボラティリティ・クラスタリングが見られ、特に2007-2009年の世界金融危機の時期にボラティリティの高い時期が集中していることがわかる。こうした現象が見られることは、今日のボラティリティが将来の多くの期間にわたるボラティリティの予測に影響を与えていることを意味している。

2-2. GARCHモデル

ボラティリティ・クラスタリングが見られるということは、ボラティリティのショックに持続性があるということであり、こうした現象をモデル化するには、ボラティリティの自己相関構造をモデル化する必要がある。Engle, R. F. (1982) は AR (autoregressive) モデルの考え方を応用することによって、ボラティリティの将来にわたる継続的效果を考慮した ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity) モデルを提案した。その後、Bollerslev, T. (1986) によって、より少ないパラメータでボラティリティが持つ自己相関構造を柔軟に記述できる GARCH (generalized ARCH) モデルが提案された。本稿

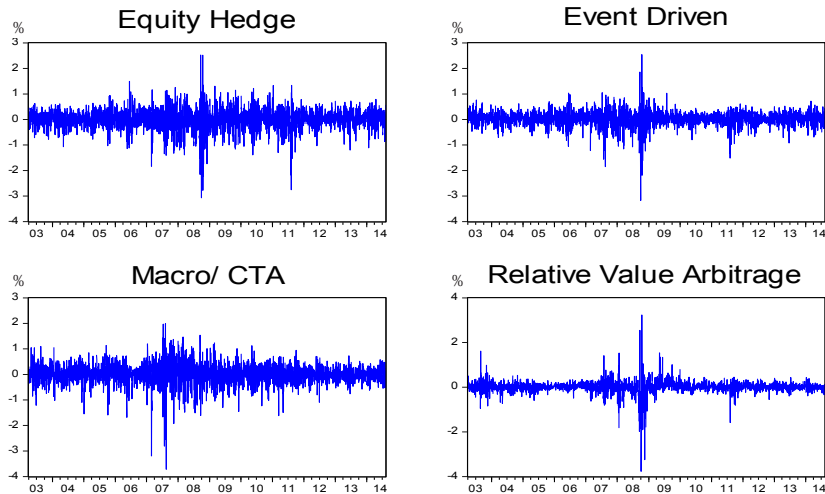
表1：ヘッジファンド・インデックス・リターンの基本統計量

April 1, 2003 to August 11, 2014						
日次リターン	平均	標準偏差	歪度	尖度	Jarque-Bera	標本数
HFRX Global Hedge Fund Index						
Equity Hedge	0.0052	0.4066	-0.8442	8.6599	4162.95 ***	2864
Event Driven	0.0171	0.2959	-1.1558	15.0343	17919.96 ***	2864
Macro/CTA	0.0039	0.4081	-1.0193	10.5510	7300.02 ***	2864
Relative Value Arbitrage	0.0065	0.2712	-1.7268	41.7891	180971.40 ***	2864

(注) Jarque-Bera normality test における***は 1% 水準で帰無仮説 (正規分布) を棄却していることを示している。

(出所) Hedge Fund Research のデータより筆者作成。

図1：ボラティリティ・クラスタリング



では、ヘッジファンド・インデックス・リターンのボラティリティの特徴を、GARCH モデルとボラティリティ変動の非対称性を考慮した GJR モデルの推計により明らかにしてゆく⁴。

最初に GARCH モデルの定式化を行う。GARCH モデルは平均方程式 (mean equation) と分散方程式 (variance equation) からなっている。平均方程式は、リターン過程の条件付き平均に関してモデル化する部分である。ヘッジファンド・リターンには系列相関が見られることが知られており、こうした系列相関を考慮して推計するために、平均方程式に ARMA (autoregressive moving average: 自己回帰移動平均) 過程を用いている⁵。ARMA モデルは次のように定式化される。

【平均方程式】

$$r_t = \mu + \phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + \dots + \phi_p r_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1)$$

ここで r_t はリターン、 μ は r_t の期待値 (定数) を表わし、自己回帰項 (AR (p)) : $\phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + \dots + \phi_p r_{t-p}$ と移動平均項 (MA (q)) : $\varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$ の両方を含んだ過程である。(1) 式はリターンの p 期間の自身の過去の値の線形和に、現在と q 期間の過去のホワイトノイズ誤差項の線形和と定数を加えたものである。ゆえに(1)式は自己回帰移動平均過程の特定が ARMA (p, q) モデルによって示されている。

分散方程式は、リターン過程の条件付き分散に関してモデル化する部分であり、GARCH (p, q) モデルとして以下のように定式化される。

【分散方程式】

$$h_t = \varepsilon_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_q h_{t-q} \quad (2)$$

ここでは、ボラティリティ $h_t (= \varepsilon_t^2)$ の非負性を保証するため、パラメータに非負制約 ($\omega > 0, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q \geq 0$) が必要となる。データを実際にあてはめてみると、最も簡単な GARCH(1,1) モデルが選択されることが多い⁶。

$$h_t = \varepsilon_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (3)$$

(3) 式では、今期のボラティリティ h_t が3つの項から成っている。定数項 ω は長期ボラティリティの平均値、第2項の $\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ は前期のリターンを前期せざるショックの二乗、そして第3項 $\beta_1 h_{t-1}$ は前期のボラティリティである。ボラティリティの短期的なダイナミクスは、パラメータ α と β の大きさにより決定され、 α_i (a reaction coefficient) の値は前期のショックに対する反応の大きさを、 β_1 (a persistent coefficient) の値は前期のボラティリティの持続性を表わしている。

多くの金融資産において、リターンのボラティリティの変動には非対称性が見られることが知られている。例えば、株式市場では株価が上がった日の翌日より下がった日の翌日の方がボラティリティが上昇する傾向が見られる。負のショックの方がボラティリティにより大きな影響を及ぼすことをレバレッジ効果と呼んでいる。ボラティリティ変動の非対称性を考慮したモデルに GJR モデルがある⁷。GJR モデルは以下のように定式化される。

$$h_t = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (4)$$

$$d_t = \begin{cases} 1 & \varepsilon_t < 0 \text{ (bad news)} \\ 0 & \varepsilon_t \geq 0 \text{ (good news)} \end{cases} \quad (5)$$

ここでは γ は非対称項、ないしはレバレッジ項として知られており、 $\gamma = 0$ のとき、GJR モデルは GARCH モデルに一致する。

3. 推定結果

3-1. ボラティリティの持続性

モデルの推定に際しては、ARMA モデルが定常時系列データのモデル化をするものであるの

で、ヘッジファンド・インデックス・リターンについて単位根検定を行いその定常性を確認した。その上で Box-Jenkins アプローチに従って、モデルの選択 (同定)、推定、診断を行った。

まず、ARMA(p, q) 過程に基づく平均方程式のモデル選択については、データ生成過程の特徴を捕まえるモデルを選択するために、次数 p, q それぞれ 0 ~ 10 までの 121 (= 11 × 11) の ARMA モデルを推定し、Schwartz 情報量基準 (SIC) が最小値をとるモデルを選択した。その結果、GARCH(1,1) ならびに GJR(1,1) モデルの平均方程式では、Equity Hedge と Macro/CTA が AR(1) 過程、Event Driven ならびに Relative Value Arbitrage が ARMA(1,2) 過程が選択された。

表2は、GARCH(1,1) および GJR(1,1) モデルの推定結果をまとめたものである。パラメータの制約条件はいずれも満たされており、GARCH(1,1)、GJR(1,1) モデルのパラメータ推定値はすべて統計的に有意な結果が得られた。またモデル選択においては、4つの戦略とも GARCH(1,1) モデルよりも GJR(1,1) モデルの方が、SIC の値が小さく、対数尤度関数 (log likelihood function) が大きい値をとっているため、選択された。

初めに GARCH(1,1) モデルの推定結果から見てゆこう。 $(\hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i)$ の合計値から判断するとヘッジファンド・インデックス・リターンのボラティリティの持続性は長く、特に Macro/CTA と Relative Value Arbitrage のそれはほぼ 1 に近く極めて長いことがうかがわれる。また、ショックに対する反応の大きさを表す $\hat{\alpha}_1$ の値とボラティリティの持続性を表す $\hat{\beta}_1$ の値の関係から、相対的に $\hat{\alpha}_1$ 値が大きく $\hat{\beta}_1$ 値が小さい場合は、ボラティリティ変動がスパイク状に現れることを意味している。2戦略 (Equity Hedge と Relative Value Arbitrage) はボラティリティ変動にこうした特徴が見られることがわかる。

ボラティリティの持続性をその半減期からみてみよう。図2は各投資戦略のボラティリティ半減期を示している⁸。Relative Value Arbitrage は 147.13 日、Macro/CTA は 69.67 日とボラティリティの持続性が特に長い。全体的に見てもヘッジファンド・インデックス・リターンにおけるボラ

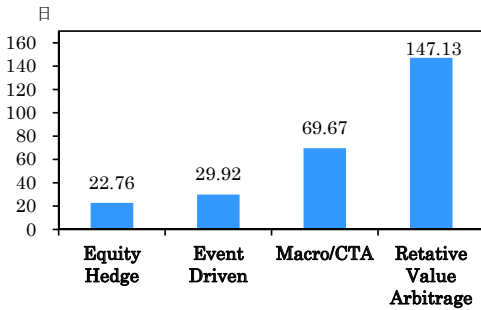
表2：ARMA-GARCH & GJR モデリング

	ARMA-GARCH(1,1) モデル				ARMA-GJR(1,1) モデル			
	Equity Hedge	Event Driven	Macro /CTA	Relative Value Arbitrage	Equity Hedge	Event Driven	Macro /CTA	Relative Value Arbitrage
	AR(1)	ARMA(1,2)	AR(1)	ARMA(1,2)	AR(1)	ARMA(1,2)	AR(1)	ARMA(1,2)
平均方程式								
$\hat{\mu}$	0.0288*** (0.0071)	0.0319*** (0.0055)	-0.0007 (0.0067)	0.0239*** (0.0058)	0.0162 (0.0076)	0.0275*** (0.0054)	0.0051 (0.0064)	0.0156* (0.0081)
$\hat{\varphi}_1$	0.1791*** (0.0198)	0.3063 (0.2503)	0.0699*** (0.0209)	0.9574*** (0.0131)	0.1878*** (0.0197)	0.3809* (0.2210)	0.0551*** (0.0200)	0.9715*** (0.0106)
$\hat{\theta}_1$	—	-0.2034 (0.2510)	—	-0.9009*** (0.0249)	—	-0.2745 (0.2219)	—	-0.9109*** (0.0246)
$\hat{\theta}_2$	—	0.0390 (0.0366)	—	-0.0107 (0.0221)	—	0.0337 (0.0351)	—	-0.0080 (0.0224)
分散方程式								
$\hat{\omega}$	0.0045*** (0.0010)	0.0018*** (0.0004)	0.0020*** (0.0005)	0.0006*** (0.0002)	0.0077*** (0.0014)	0.0027*** (0.0006)	0.0011** (0.0005)	0.0006*** (0.0002)
$\hat{\alpha}_1$	0.1080*** (0.0187)	0.0998*** (0.0160)	0.0851*** (0.0112)	0.1241*** (0.0224)	0.0119 (0.0193)	0.0448*** (0.0168)	0.0961*** (0.0147)	0.0737*** (0.0263)
$\hat{\gamma}$	—	—	—	—	0.1723*** (0.0284)	0.0925*** (0.0263)	-0.0666*** (0.0160)	0.0861** (0.0421)
$\hat{\alpha} + \hat{\gamma}$	—	—	—	—	0.1842	0.1373	0.0295	0.1598
$\hat{\beta}_1$	0.8620*** (0.0183)	0.8773*** (0.0151)	0.9051*** (0.0122)	0.8712*** (0.0187)	0.8392*** (0.0182)	0.8668*** (0.0162)	0.9344*** (0.0123)	0.8778*** (0.0153)
$\hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1$	0.9700	0.9771	0.9901	0.9953				
HLP	22.757	29.921	69.668	147.131				
SIC	0.7472	0.0422	0.7750	-0.5957	0.7266	0.0367	0.7672	-0.6023
対数尤度	-1049.69	-32.5273	-1089.5	880.6709	-1016.22	-20.6415	-1074.31	894.0463
ARCH effect: $\hat{\varepsilon}^2$								
ARCH LM(1) test	1.9547	0.7942	0.0003	0.4168	3.9839**	1.1978	2.3625	1.4231
基準化された残差: $\hat{z}_t = \hat{\varepsilon}_t / \hat{\sigma}_t$								
平均	-0.0429	-0.0271	0.0178	-0.0275	-0.0126	-0.0105	0.0000	-0.0051
標準偏差	0.9985	0.9993	0.9996	0.9990	0.9995	0.9998	0.9997	0.9993
歪度	-0.4978	-0.4286	-0.5018	-0.1246	-0.4515	-0.4309	-0.4624	-0.0361
尖度	4.8586	5.1456	6.5193	5.8927	4.9037	5.2338	5.8252	6.1179
Jarque-Bera	530.33***	636.844***	1597.628***	1005.583***	529.625***	683.873***	1054.157***	1160.280***
Ljung-Box 統計量 H_0 : no-autocorrelation								
\hat{z}_t : Q(12)	6.968	20.180**	3.754	12.672	7.144	19.107**	4.004	8.516
\hat{z}_t^2 : Q(12)	19.385**	16.435*	3.118	16.047*	15.456	16.182**	11.550	14.330

(注) 推計値はサンプル期間 (2003/4/1~2014/8/11 : 2864 データ) の日次連続複利リターンを用いたものである。() 内の数値は標準誤差を表しており、統計的有意性は Bollerslev-Wooldridge robust standard errors に基づき、***, **, *はそれぞれ有意水準 99%, 95% および 90% である。

ティリティの半減期は20日を超えており持続性が長い傾向 (long memory) が見られる。

図2：ボラティリティ半減期



3-2. 非対称的ボラティリティ変動とニュース・インパクト曲線

GJR(1,1) モデルの推定結果からヘッジファンド・インデックス・リターンボラティリティ変動の非対称性を見てゆこう。注目すべきは表2の右側の ARMA-GJR(1,1) モデルにおける $\hat{\gamma}$ の推定結果である。ボラティリティ変動の非対称性の大きさを表しており、Equity Hedge が最も大きなレバレッジ効果をもっていることがわかる。一方、Macro/CTA は $\hat{\gamma}$ の推定値が -0.0666 を示しており、正のショック (良いニュース) の方が負のショック (悪いニュース) よりもボラティリティに大きな影響を及ぼしていることがわかる。

ボラティリティ変動の特徴をグラフ化したものにニュース・インパクト曲線がある。ニュース・インパクト曲線は Engle and Ng (1991) によって考案されたもので、新しいニュース (当期) がいかにボラティリティ (来期) に影響を及ぼすかを表わしたものである。ここで新しいニュースとは、予期せざる価格変化のことであり、モデルの誤差項、 ε_{t-1} とボラティリティ、 $h_t (= \sigma_t^2)$ の関係として定義される。

GARCH(1,1) 及び GJR(1,1) モデルのニュース・インパクト関数は以下のように定義される⁹。

- ・ GARCH モデル

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta\sigma^2 + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 \quad (6)$$

- ・ GJR モデル

$$\sigma_t^2 = \begin{cases} \omega + \beta\sigma^2 + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 & \varepsilon_{t-1} \geq 0 \\ \omega + \beta\sigma^2 + (\alpha + \gamma)\varepsilon_{t-1}^2 & \varepsilon_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

図3は、ヘッジファンドの4戦略のニュース・インパクト曲線を図示したものである。縦軸はボラティリティ (t 期) $h_t = \sigma_t^2$ を、横軸は予期せぬ価格変化 ($t-1$ 期) ε_{t-1} を表わしている。横軸の原点を中心に、右側 (+) は良いニュースを表わしており、左側 (-) は悪いニュースを表わしている。曲線のカーブが深いほどニュースがボラティリティに及ぼす影響が大きく、左右のカーブの傾斜が異なる場合はインパクトが非対称であることを示している。GARCH モデルは非対称性を考慮しないモデルであるので、左右対称のカーブを示している。一方、GJR モデルは非対称性を考慮しているため、左右の曲線の形状が異なるほど、レバレッジ効果の大きいことを意味している。

4つの戦略のうち、Equity Hedge が最もレバレッジ効果が大きいことがわかる。その一方で、Macro/CTA は他の戦略と異なり、良いニュースの方が悪いニュースに比べてボラティリティの変化が大きいことがわかる。

3-3. モデル診断

GARCH タイプモデルの目的は分散の変化を表わすことであり、ボラティリティ・クラスタリングが正確にモデル化されたか否かは、推定されたモデルの基準化された残差を用いて診断される¹⁰。表2の下部に基準化された残差の基本統計量がまとめられている。4つの投資戦略いずれについてもモデル推定結果の基準化された残差は、負の歪度を持ち、正規分布より高い尖度をもつ裾野の幅の広い分布をもっていることがわかる。

この結果は、基準化された残差の分布を QQ プロットで正規分布に対してグラフ化してみるとより分かりやすい。図4は GJR(1,1) モデルに関して基準化された残差をプロットしているが、いずれの戦略もダウンサイドの外れ値をモデルでうまくとりきれていないことがわかる。これは、GARCH および GJR タイプのモデルを用いた VaR 分析を行う場合、ダウンサイドリスクがうまく評価されない可能性を示している。

図3：ニュース・インパクト曲線

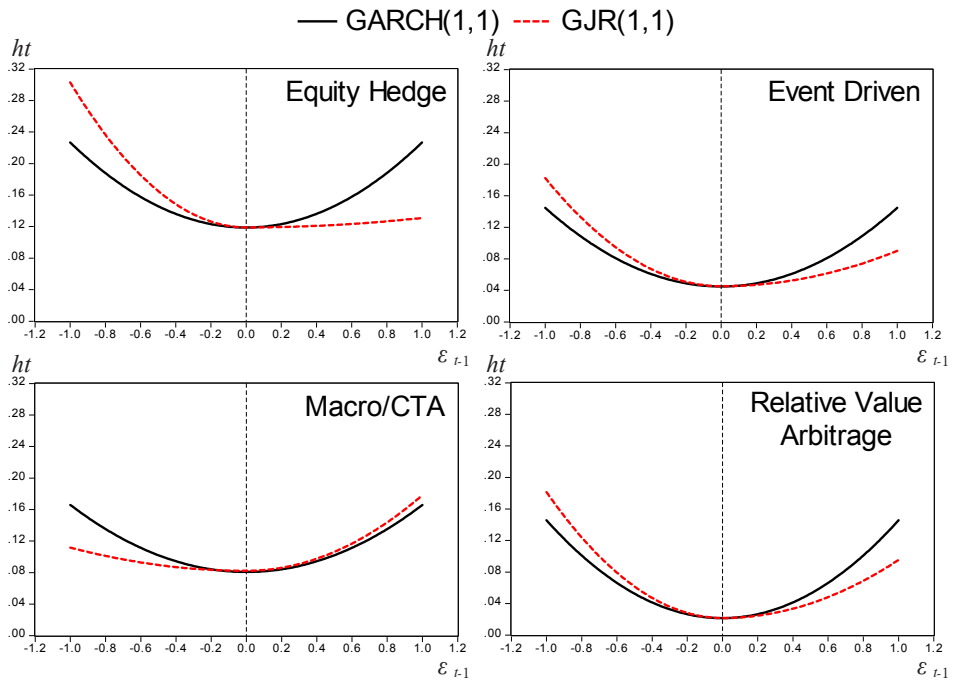
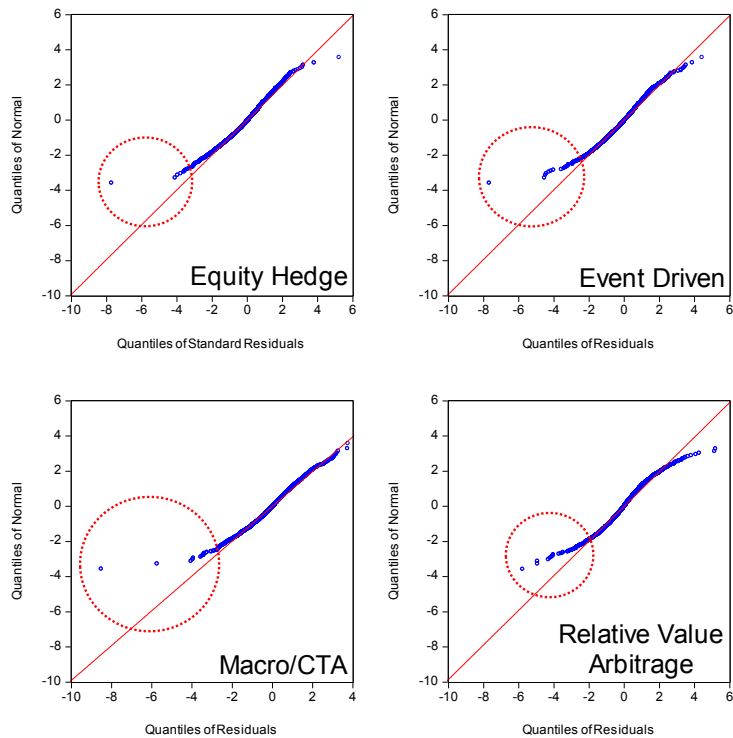


図4：GJR(1,1)モデルの基準化された残差のQQ-プロット



4. 結論

本稿では投資可能なヘッジファンド・インデックスのリスク特性を分析し ARMA-GARCH タイプのモデルを使って、リターンの変動の特徴を明らかにした。その結果は以下のようによまとめられる。

- (1) ヘッジファンドの主要4戦略 (Equity Hedge, Event Driven, Macro/CTA, Relative Value Arbitrage) のインデックス・リターンは、いずれもボラティリティのショックには長い持続性がある。特に、ボラティリティ半減期は、Relative Value Arbitrage が 約 150 日、Macro/CTA が約 70 日と長かった。
- (2) GARCH(1,1) モデルの $\hat{\alpha}$ 値と $\hat{\beta}$ 値から Equity Hedge と Relative Value Arbitrage のボラティリティはスパイク状の変動を示していることがわかった。
- (3) 4つの戦略ともモデル化については、ボラティリティ変動の非対称性を考慮した GJR(1,1) モデルの方が GARCH(1,1) モデルよりも SIC と対数尤度関数から選択されることがわかった。
- (4) ボラティリティ変動の非対称性については、Equity Hedge が最も大きなレバレッジ効果を有している一方で、Macro/CTA はその非対称性がネガティブであるという特徴を示しており、悪いニュースよりも良いニュースの方にボラティリティは大きく変動することがわかった。近年の世界的な株式市場のボラティリティの高まりに Macro/CTA は大きく関わっており、ヘッジファンド戦略の中でも特にその動向に注目する必要がある。
- (5) 推定されたモデルの基準化された残差を用いた診断に基づくと、GARCH タイプ (GJR も含む) のボラティリティ変動モデルを用いてもダウンサイドの外れ値をモデルに取り込むことは困難であり、VaR 分析に応用するにはダウンサイドリスク評価にこの点を考慮することが必要である。

今後の研究の展望としては、いずれのモデルによる回帰分析でも共通することであるが、その推定結果はサンプル期間に大きく依存する。特に

データ期間に金融危機等の時期を含んでいる場合は外れ値の影響が ARMA-GARCH モデルの推定結果を大きく変えてしまう可能性が考えられる。そこで、データ期間をずらして回帰分析を行うローリング回帰という手法を使って、ARMA-GARCH モデル化を実施してみると、2007-2009 年の世界金融危機の時期にボラティリティ変動が高まる傾向が顕著にみられ、4つの戦略ごとにその態様 (ε , α , β , γ 値の推計値) に大きな違いが見られることがわかっている。特に、ボラティリティの非対称性に特徴の見られた Macro/CTA 戦略の推計結果からは、サンプル期間によって係数の推計値に他の戦略とは大きく異なる変動が現れ、ボラティリティの持続性を表わす β 値に外れ値 (outlier) みられた¹¹。この点は結論 (4) と深くかかわる部分となるので、今後の研究で詳細な分析をしてゆきたい。

1 世界の年金基金のスマートベータ導入の動きについては岡田攻太 (2014) が詳しい。

2 投資戦略の詳細は <www.hedgefundresearch.com> を参照されたい。

3 収益率を r_t 、指数値を p_t とし、連続複利リターンは $r_t = \log(p_t/p_{t-1}) * 100$ として計算している。

4 ヘッジファンド・インデックス・リターンの ARMA-GARCH モデル化の詳細については、Munehika(2015) を参照されたい。

5 ヘッジファンド・リターンの系列相関の分析については Getmansky, Lo and Makarov (2004) を参照されたい。

6 GARCH(1,1) モデルは方程式を変形することにより ARCH(∞) モデルと等しくなり、実際のデータを ARCH、GARCH モデルにあてはめてみたとき、情報基準 (SIC) では GARCH(1,1) が選択されることが多い。Munehika (2015) 参照。

7 GJR モデルは GARCH モデルに非対称性を考慮するレバレッジ項を追加した The threshold ARCH(T-ARCH) モデルであり、論文の著者達の名前 (Glosten, Jagannathan and Runkle) にちなんで GJR モデルと呼ばれている。

8 ボラティリティ半減期 (the half-life period: HLP) は、 $HLP = \log(0.5) / \log(\hat{\alpha} + \hat{\beta})$ により計算される。Füss, Kaiser and Adams(2007) 参照。

9 ニュース・インパクト関数については、渡部 (2000), pp.37-38 参照。

10 推計された ARMA-GARCH モデルの残差を ε_t 、条件付き分散 $\hat{\sigma}_t^2$ とするとき、基準化された残差は $\varepsilon_t / \hat{\sigma}_t$ と定義される。もし、モデルが正しければ、基準化された残差

- は系列相関のない一定の条件付き分散をもつ正規分布となるはずである。Heij, de Boer, Franses, Kloek and van Dijk (2004), p.628 参照。
- 11 ここでは紙幅の関係でその詳細を紹介できなかったが、ローリング回帰 ARMA-GARCH モデル化の分析結果については、筆者は Joint Conference on Institutional Investors and Emerging Market Finance (Ghent University, Belgium, September, 17th, 2015) で “Persistence and Volatility of Hedge Fund Returns: ARMA-GARCH Modeling” と題したく Munechika (2015) の ARMA-GARCHM モデルを基礎にローリング回帰分析を加えた > 研究結果を報告している。
- <参考文献>
- 岡田攻太 (2014) 「世界の年金基金で進むスマートベータの導入」『野村資本市場クォーター』 Summer, pp.1-15.
- 沖本竜儀 (2010) 『経済・ファイナンスデータの計量時系列分析』、朝倉書店。
- 渡部敏明 (2000) 『ボラティリティ変動モデル』、朝倉書店。
- Alexander, C. (2001), *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis*, John Wiley & Sons, Ltd.
- Amenc, N. and Le Sourd, V. (2003), *Portfolio Theory and Performance Analysis*, John Wiley & Sons, Inc.
- Amenc, N., Goltz, F. and Martellini, L. (2013), *Smart Beta 2.0*, EDHEC-RISK Institute.
- Blazsek, S. and A. Downarowicz (2011), “Forecasting Hedge Funds Volatility: A Markov Regime-Switching Approach,” *Working Paper*, available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1768864>.
- Bollerslev, T. (1986), “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, Vol.31, pp.307-327.
- Brooks, C. (2008) *Introductory Econometrics for Finance*, 2nd ed., Cambridge University Press.
- Engle, R. F. (1982), “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation,” *Econometrica*, Vol.50, No.4, pp.987-1007.
- Engle, R. F. and Ng, V. K. (1991), “Measuring and Testing the Impact of News on Volatility,” *NBER Working Paper*, No.3681.
- Engle, R. F. and Patton, A. (2001) “What good is a volatility model?” *Quantitative Finance*, Vol.1, No.2, pp.237-245.
- Focardi, S. M. and Fabozzi, F. J. (2004), *The Mathematics of Financial Modeling and Investment Management*, John Wiley & Sons, Inc.
- Füss, R., D. G. Kaiser and Z. Adams (2007), “Value at risk, GARCH modeling and the forecasting of hedge fund return volatility,” *Journal of Derivatives & Hedge Funds*, Vol.13, No.1, pp.2-25.
- Getmansky, M., Lo, A.W. and Makarov, I (2004), “An Economic Model of Serial Correlation and Illiquidity in Hedge Fund Returns,” *Journal of Financial Economics*, Vol.74, No.3, pp.529-609.
- Glosten, L. R., R. Jagannathan, and D. E. Runkle (1993), “On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks,” *The Journal of Finance*, Vol.48, No.5, pp.1779-1801.
- Hasanbodzic, J. and Lo, A. W. (2007), “Can Hedge-Fund Returns Be Replicated?: The Linear Case,” *Journal of Investment Management*, Vol. 5, No.2, pp.5-45.
- Heij, C., de Boer, P., Franses, P. H. Kloek, T. and van Dijk, H. K. (2004), *Econometric Methods with Applications in Business and Economics*, Oxford University Press.
- Jaeger, L. (2008), *Alternative Beta Strategies and Hedge Fund Replication*, John Wiley & Sons, Ltd.
- Munechika, M. (2015), “Persistence and Volatility of Hedge Fund Returns: ARMA-GARCH Modeling,” *Economic Review of Toyo University*, Vol.40, No.2, pp.201-225.