

# 土壌水分データからの土壌水分移動パラメータの推定法

関 勝 寿

## Estimation of Hydraulic Parameters from Soil Moisture Data

Katsutoshi SEKI

東洋大学紀要 自然科学篇 第 59 号 抜刷

*Reprinted from*

Journal of Toyo University, Natural Science

No. 59, pp.27 ~ 34, March, 2015

Tokyo, Japan

# 土壌水分データからの土壌水分移動パラメータの推定法

関 勝寿\*

## Estimation of hydraulic parameters from soil moisture data

Katsutoshi SEKI\*

### Abstract

Estimation of hydraulic parameters is important for describing water movement in vadose zones. Numbers of measurements of soil moisture data are increasing due to increasing demand, and therefore estimation of hydraulic parameters from soil moisture data is useful. One of the difficulties in the estimation is that there are too many numbers of parameters to be optimized. For solving this difficulty, several methods have been developed; (1) global optimization method, (2) method using prior information for the parameter space, and (3) multi-scale parameterization method. These methods successfully estimated hydraulic parameters for certain field conditions. More studies should be conducted to evaluate the usefulness and limit of these methods for various field conditions.

**Keywords:** Hydraulic parameter, Inverse modeling, Refinement indicator

### 1. 序論

農業、地盤工学、気象分野など、様々な分野で土壌中の水分量が測定されている。特に近年、気候変動にともなう異常気象、自然災害の増加により、災害予測のためにも土壌水分量のモニタリングの重要性が増してきているため、土壌水分量のモニタリングデータは増えている。地球気候観測システム GCOS (Global Climate Observing System) では、気候変動の科学研究を支えるための必須気候変数 (ECV; Essential Climate Variable) の1つと

---

\*) 東洋大学経営学部自然科学研究室 112-8606 文京区白山 5-28-20  
Natural Science Laboratory, Faculty of Business Administration, Toyo Univ., 5-28-20, Hakusan, Bunkyo-ku, Tokyo, 112-8606

して土壌水分量を指定した (GCOS, 2010)。

土壌水分量のデータは、リモートセンシングのデータから推定する方法 (Wagner et al., 2007) や地中レーダー探査による方法 (Lunt et al., 2005) のように非接触で測定する方法と、土壌中に水分センサーを埋めて測定する方法があり、それぞれの方法に利点もあれば欠点もあるため、様々な方法による測定値をお互いに付き合わせながらより良い値を推定する。

一方で、地球規模の気候変動のシミュレーション等で、土壌中の水分移動パラメータを適切に与えることの重要性が増している。土壌中の水分移動パラメータは、現場測定による方法、実験室にサンプルを持ち帰って測定する方法があり、それぞれの方法にメリットとデメリットがある。したがって、それぞれの測定法のデータをつきあわせながら、よりパラメータの不確実性を小さくすることとなる。直接実験室で測定する方法は最も信頼性が高いとされるが、測定の労力が大きいため、あまり測定がされていない。

そこで、すでに大量にデータが存在する土壌水分量変化のデータから、土壌水分移動パラメータを推定することができれば、有益である。現場における水分移動は複雑であり、精度良くそのような推定をすることは困難であるが (Vereecken et al., 2008)、ある程度の精度で推定が成功している研究例も存在する。そこで、この論文では土壌水分データからの土壌水分移動パラメータ逆推定の理論と研究例について議論する。

## 2. 理論

### 2.1 支配方程式と有限要素法による順解析

土壌中の不飽和水分移動は、Richards 式によって記述される。Richards 式には、一次元、二次元、三次元の方程式があり、それぞれに圧力ベースの式と水分量ベースの式がある。ここでは、鉛直一次元の水分量ベースの式を記述する。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\theta$  は体積含水率 [ $L^3/L^3$ ]、 $h$  は土壌水の圧力水頭、 $K$  は不飽和透水係数 [ $L/T$ ]、 $z$  は地表面からの深さ [ $L$ ]、 $t$  は時間 [ $T$ ] である。ここで、 $\theta$  と  $K$  をそれぞれ  $h$  の関数  $\theta(h)$  および  $K(h)$  として表記した時の不飽和水分モデルのパラメータが、土壌水分移動パラメータである。

式 (1) は標準的なガラーキン法による有限要素法解析によって解くことができる (Hayek et al., 2008)。そのためには、初期条件と境界条件を設定する必要がある。初期条件としては、圧力  $h$  の深さ分布が与えられる。境界条件としては、圧力一定の条件 (ディリクレ型) あるいはフラックス一定の条件 (ノイマン型) が用いられ、土壌表面における降雨と蒸発、地下水位等の測定データを元に、設定される。

## 2.2 土壌水分移動パラメータ

Richards 式を解くためには、 $\theta(h)$  と  $K(h)$  の関数が与えられる必要がある。ここで、 $\theta(h)$  の関数には、Brooks and Corey (1967) の式、van Genuchten (1980) の式、Kosugi (1996) の式、Durner (1994) の式、Seki (2007) の式、などがある。例えば、van Genuchten の式は、このような式である。

$$S_e = [1 + (\alpha h)^n]^{-m} \quad (2)$$

ここで、van Genuchten は  $m=2 - 1/n$  とする式も示したが、通常は  $m=1 - 1/n$  とされる。また、 $S_e$  は

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (3)$$

と定義される相対含水率で、体積含水率  $\theta$  を飽和体積含水率  $\theta_s$  と残留体積含水率  $\theta_r$  によって変換した値である。したがって、(2)(3) 式は

$$\theta(h) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)[1 + (\alpha h)^n]^{-m} \quad (4)$$

のように、 $\theta(h)$  という関数を 4 つのパラメータ  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $n$  によって表記したことになる。さらに、この式は透水係数のモデルとして、次の Mualem (1976) のモデルと組み合わせられる。

$$K(h) = K_s S_e^\lambda \left[ \frac{\int_0^{S_e} \frac{1}{h(x)} dx}{\int_0^1 \frac{1}{h(x)} dx} \right]^2 \quad (5)$$

ここで、 $K$  は不飽和透水係数、 $K_s$  は飽和透水係数である。Van Genuchten は、(2) 式に  $m=1 - 1/n$  の条件を加えると、(5) 式を解析的に解くことが出来て、

$$K(h) = K_s S_e^\lambda [1 - (1 - S_e^{1/m})^m]^2 \quad (6)$$

Zone 1
$\theta_{r1}, \theta_{s1}, \alpha_1, n_1, K_{s1}, \lambda_1$
Zone 2
$\theta_{r2}, \theta_{s2}, \alpha_2, n_2, K_{s2}, \lambda_2$
Zone 3
$\theta_{r3}, \theta_{s3}, \alpha_3, n_3, K_{s3}, \lambda_3$

**Fig. 1** Parameterization of soil with 3 layers

となることを示した。ここで、 $\lambda$  は Mualem が多くの土壌で 0.5 であるとしたパラメータであり、van Genuchten はこの値を 0.5 として計算している。 $\lambda$  は多くの場合 0.5 の定数として計算されるが、負の値として計算する方が良いという研究報告もあり、変数として取り扱われることもある。

以上の van Genuchten - Mualem モデルを使うと、土壌水分移動パラメータは、 $\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, \lambda$  の 6 個となる。ここで、土壌水分移動パラメータをベクトル  $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_N)$  で表記すると、 $\theta(h) = \theta(\mathbf{p}, h)$ ,  $K(h) = K(\mathbf{p}, h)$  と書くことができる。ここで、 $N$  はパラメータの数である。そして、土壌の性質は均一ではないため、深さによって土壌水分移動パラメータが異なるとすることがある。たとえば、3 成層の場合を考えると (Fig. 1)、それぞれの深さの土壌に対して  $\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, \lambda$  の 6 個のパラメータを設定すると、合計で 18 個のパラメータとなり、パラメータベクトルは 18 個の要素を持つこととなる。

## 2.3 逆解析によるパラメータの推定

水分量あるいは圧力、またはその両方が測定されている時に、その測定データと順解析で得られたデータとの差の 2 乗和を目的関数とし、目的関数を最小化するようなパラメータベクトル  $\mathbf{p}$  をレーベンバーグ・マルカート法や大域的最適化法によって計算することで、 $\mathbf{p}$  を推定することができる。

### 3. 土壌水分移動パラメータの推定

#### 3.1 室内実験による測定

土壌水分特性曲線  $\theta(h)$  は、吸引法と加圧板法で -15000 cm まで測定することができる (宮崎・西村, 2011)。さらに低い圧力は、土壌水と平衡する水蒸気圧を測定するサイクロメータ法で測定することができる (Cardos et al., 2007)。実測された圧力と体積含水率の関係を非線形回帰することで、パラメータを決定することができる (Seki, 2007)。不飽和透水係数  $K(h)$  は、蒸発法 (宮崎・西村, 2011) や定常法 (Dirksen, 1999) で測定できる。ここで、蒸発法は圧力が低い領域の  $\theta(h)$  と  $K(h)$  を測定し、定常法では圧力が高い領域を測定することができる。

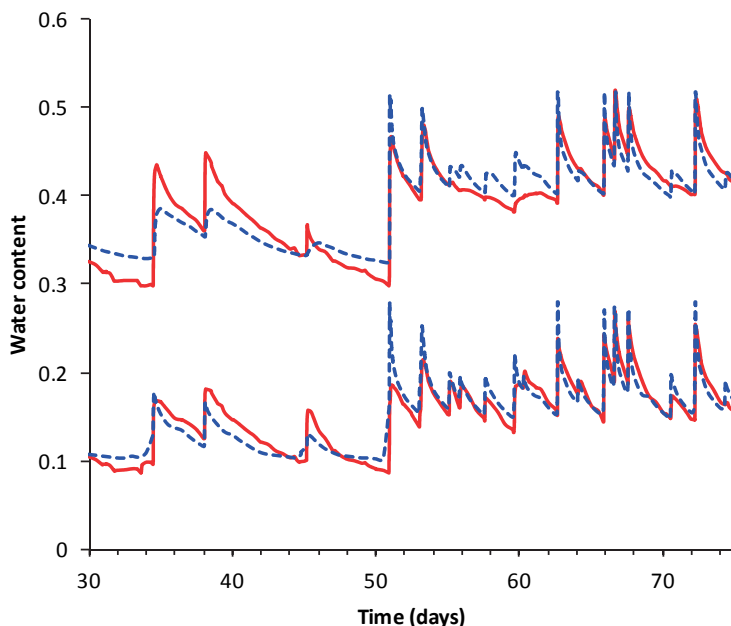
以上は、 $\theta(h)$  と  $K(h)$  を、直接測定する方法であるが、 $\theta(h)$  と  $K(h)$  のモデルを仮定し、逆解析によって土壌水分移動パラメータ  $p$  を推定する方法がある。代表的な方法がマルチステップ流出法である。Puhlmann et al. (2009) の測定及び計算方法は、次のような方法である。直径 5.6 cm、高さ 4 cm の円筒状のサンプラーに土壌試料を採取し、セラミックプレートの上に固定する。まずは土壌を水で飽和させてから、土壌試料中の圧力を測定するテンシオメータを挿入する。そして、下方から真空ポンプで負圧をかけて排水し、設定する負圧を段階的に高くする。測定項目は、排水量とテンシオメータで測定される土壌中の圧力の時間変化である。その測定データから、逆解析によって土壌水分移動パラメータ  $p$  を推定する。

#### 3.2 現場データからの逆解析

マルチステップ法のように、室内実験のデータから逆解析で土壌水分移動パラメータを推定することができるのであるから、同様に、現場の測定データから、逆解析によって土壌水分移動パラメータを推定することも可能であるが、現実的には、精度よくパラメータを決定することは難しい。その理由の 1 つは、実験室では土壌カラム上下端の境界条件を制御することができるのに対して、現場では制御することが難しく、水分移動も一次元の定常な流れには必ずしもなっていないということがある。特に、成層土層はパラメータの数が多いため (Fig. 1)、様々なパラメータ間の相関が生じることと、局所的な最適解が多数存在することにより、良い推定値を得ることが困難であるが、以下のような、いくつかの研究例がある。

Jacques et al. (2002) は、自然状態の土壌の 12 地点、5 深度で、テンシオメータと TDR プロブによって、圧力、水分、電気伝導度を連続的に測定し、さらに降水量を測定した上で、単層モデルと多層モデルによって、土壌水分パラメータと溶質移動パラメータを推定した。およそその値は推定できたが、自然状態の水の流れの性質を十分にはあらわなかったとしている。

Ritter et al. (2003) は、6 地点、3 深度の TDR プロブによる水分量測定値から、土壌水分移動パラメータを推定した。その際に、GMCS-NMS という大域的最適解の探索法を使うことで、効率的にパラメータを推定できたとしている。ただし、未知のパラメータの



**Fig. 2** Measured (solid red line) and simulated (dotted blue line) water content of HD plot (関ら, 2014).

数が多いことにより、問題設定が適切ではなくなる ill-posedness という、逆推定の際の本質的な問題があり、推定の精度が不十分であるともしている。

Scharnagl et al. (2011) は、土壌水分移動パラメータの推定にベイズ推定の理論を適用し、パラメータ空間に関する事前情報がどのように推定結果に影響を与えるかを考察した。様々な土壌水分移動パラメータ測定値のデータベースである ROSETTA のデータを用いて、パラメータ間の相関について事前確率分布を計算し、その後、土壌水分変化のデータから、土壌水分移動パラメータを逆推定するに当たり、パラメータの事後確率分布を計算した。この計算結果から、事前確率分布を与えることで、よりパラメータの推定精度が向上したと結論づけた。

関ら (2014) は、インドネシアの森林における 2 地点、2 深度の土壌水分量変化データと、降水量の変化から、土壌水分パラメータを推定した。その際に、マルチスケール法 (Hayek et al., 2008) によって、推定するパラメータの個数を段階的に増やすことで推定の精度を上げた。推定されたパラメータから計算された土壌水分量変化と実際に測定された土壌水分量の変化は、1 つの地点においてはほどよく一致した (Fig.2)。ところが、もう 1 つの地点ではあまり良い一致が見られず、その原因には土壌の撥水性に起因する不均一流が生じていた可能性が示唆された。

## 4. 結論

自然の土壌水分データから土壌水分移動パラメータを推定することは簡単ではない。特に、土壌が多層構造となっている時には、推定する土壌水分移動パラメータの数が非常に多くなるために、パラメータの最適化計算をする時に多数の局所的最適解が存在することから、良い推定値を得ることは難しい。そこで、これまでの研究では、大域的探索法を使う方法、パラメータ空間の事前確率分布情報を利用する方法、推定するパラメータの個数を段階的に増やすマルチスケール法などの工夫がされてきた結果、限られた研究例の範囲内では、良好な推定結果が得られている。ただし、まだこのような研究例は少なく、汎用性が十分に確認されたわけではない。今後の研究により、様々な現場の条件に対する有用性と適用限界が検証される必要がある。

## 引用文献

- Brooks, R.H., and A.T. Corey (1964): Hydraulic properties of porous media. Hydrol. Paper 3. Colorado State Univ., Fort Collins, CO, USA.
- Cardoso, R., E. Romero, A. Lima, and A. Ferrari (2007): A comparative study of soil suction measurement using two different high-range psychrometers. *Experimental Unsaturated Soil Mechanics* 112: 79-93.
- Durner, W. (1994): Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. *Water Resour. Res.* 30(2): 211-223.
- Hayek, M., F. Lehmann, and P. Ackerer (2008): Adaptive multi-scale parameterization for one-dimensional flow in unsaturated porous media, *Adv. Water Resour.*, 31 (1), 28-43.
- GCOS. (2010): Implementation plan for the Global Observing System for climate in support of the UNFCCC (2010 Update). World Meteorological Organization, Geneva, Switzerland.
- Jacques, D., J. Simunek, A. Timmerman and J. Feyen (2002): Calibration of Richards' and convection-dispersion equations to field-scale water flow and solute transport under rainfall conditions. *Journal of Hydrology* 259: 15-31.
- Kosugi, K. (1996): Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resour. Res.* 32: 2697-2703.
- Lunt, I. A., S. S. Hubbard, and Y. Rubin (2005): Soil moisture content estimation using ground-penetrating radar reflection data. *Journal of Hydrology* 307: 254-269.
- Puhlmann, H., K. von Wilpert, M. Lukes and W. Dröge (2009): Multistep outflow experiments to derive a soil hydraulic database for forest soils. *European Journal of Soil Science* 60(5): 792-806. doi:10.1111/j.1365-2389.2009.01169.x.
- Ritter, A., F. Hupet, R. Munoz-Carpena, S. Lambot and M. Vanclooster (2003): Using inverse methods for estimating soil hydraulic properties from field data as an alternative to direct methods. *Agricultural Water Management* 59: 77-96.
- Scharnagl, B., V. A. Vrugt, H. Vereecken, and M. Herbst. (2011): Inverse modeling of in situ

- soil water dynamics: investigating the effect of different prior distributions of the soil hydraulic parameters. *Hydrology and Earth System Sciences* 15: 3043-3059.
- Seki, K. (2007) SWRC fit - a nonlinear fitting program with a water retention curve for soils having unimodal and bimodal pore structure. *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*, 4: 407-437.
- van Genuchten, M. (1980): A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44:892-898.
- Vereecken, H., Huisman, J. A., Bogaen, H., Vanderborght, J., Vrugt, J.A., Hopmans, J.W., 2008. On the value of soil moisture measurements in vadose zone hydrology: A review. *Water Resour. Res.*, 44, W00D06.
- Wagner, W, G. Blöschl, P. Pampaloni, J. C. Calvet, B. Bizzarri, J. P. Wigneron and Y. Kerr. (2007): Operational readiness of microwave remote sensing of soil moisture for hydrologic applications. *Nordic Hydrology* 38(1):1-20.
- 関勝寿・フィリップアッカー・フランソワレーマン (2014): マルチスケール法による土壌水分変化からの水分特性パラメータの推定. 平成 26 年度農業農村工学会大会講演会講演要旨集 : 344-345.
- 宮崎毅・西村拓 (編) (2011) 土壌物理実験法. 東京大学出版会.