新技術採用における投資決定

Investment Decisions of New Technology Adoption

東洋大学経営力創成研究センター　研究員　董　晶輝

要旨

この論文では、技術が持続的に改善され、ときにはイノベーションおよび突発的なマイナスの影響が生じる場合の新技術採用における投資決定について考える。技術の持続的改善、イノベーションおよび突発的なマイナスの影響がもたらす生産コストの変動を跳躍拡散過程で表現し、投資決定を確率過程の最適停止問題として定式化し、投資の正味現在価値が最大になるように新技術投資の最適タイミングを求める。結果として、1回のみと任意回の場合の技術投資の最適タイミングの明示的な解および技術投資によるキャッシュフローの現在価値の計算式が示された。

キーワード（Keywords）：技術の改善（technology improvements）、イノベーション（innovations）、跳躍拡散過程（jump-diffusion processes）、リアルオプション（real options）、最適停止時間（optimal stopping times）

Abstract

This paper considers investment decisions of new technology adoption in the situation that technology improves continually and, sometimes innovations and sudden shocks that give negative influence to the technology occur. We model improvements, innovations and sudden shocks by a jump-diffusion process, formulate the investment decision as optimal stopping problem of the stochastic process, and seek for the optimal timing of new technology adoption which maximize the net present value of the investment. We show a closed-form solution for optimal timing of new technology adoption, and valuation formula of technology investment for one time and any times.

はじめに

新技術の採用は企業の収益力と成長の源泉であり、設備投資の大半は技術の採用に関連するものになっている[(1)]。新技術採用における投資決定は技術経営の重要な側面であり､次のような問題に直面する｡技術進歩のプロセスは不確実なものであるうえ、そのほかのさまざまな原因も技術に影響を与える。新技術の採用は設備の導入などで投資コストの支出が必要で、ほとんどの場合、投資は不可逆的である。現時点で最も優れた技術を採用しも、その後の技術の変化により、現在、新技術採用の投資を行うのは最適でないかもしれない。このような状況では、企業は早すぎた技術採用により

生じる期待損失とよりよい状況を待つことより生じる機会費用を考慮し、投資価値が最大になるようにタイミングを決定して投資を実行することが合理的である。このような投資決定問題はリアルオプション理論によって議論されている(2)。

標準的リアルオプション理論では不確実性を幾何ブラウン運動（geometric Brownian motion）でモデル化し、明示的な解が示されている。技術の不確実性はかなり複雑な要因が含まれることから、幾何ブラン運動でモデル化するのは適切ではない。Dorazelski（2004）は技術の発展過程をイノベーションと改善（improvement）の2種類の変化に区別して、それぞれをポアソン過程でモデル化し、技術採用の最適タイミングについて議論している。このような確率過程では解析的結果を得られず、数値計算も煩雑なものになる。

この論文では技術は持続的改善をするとともに、ときにはイノベーションが生じ、その他に技術にマイナスの影響を与える事象が起きるような状況で、技術採用の最適タイミングについて考える。技術の改善は連続的で比較的に緩やかであるが、イノベーションは不連続で、いつ起こるのかは定かでない。イノベーションが起こると、技術の飛躍的な進歩をもたらす場合もある。他方では、技術にマイナスの影響を与える事象、例えば原材料価格の急上昇や規制の強化などが突発的に起こる。ここでは、技術の改善を幾何ブラウン運動、イノベーションを対数指数分布、その他の負の影響をガンマ分布でモデル化する。したがって、技術の発展過程をある種の跳躍拡散過程（jump-diffusion processes）でモデル化することになり、投資のタイミングの決定は跳躍拡散過程の停止問題を解くことになる。跳躍拡散過程の停止問題については、Kou and Wang（2003）では、プラスのジャンプとマイナスのジャンプの両方が指数分布（double exponential distribution）する場合について議論し、Kou and Wang (2004) ではそれを永久アメリカン・オプションの評価に応用して、明示的な解を得た。ここでは、停止境界の方向のジャンプが指数分布、逆方向のジャンプがガンマ分布の場合、最適停止境界について明示的な解が得られた。

論文は次のように構成される。第1節では、問題をモデル化する。第2節では、最適投資政策について、1回のみと任意回の技術採用における投資タイミングの明示的な解を求め、投資価値の評価式を示す。第3節では、結論を述べる。

1. モデル

技術は持続的に改善するとともに、ときには革新的な進歩が生じる。これは生産効率の向上（生産コストの低下）に貢献する。他方では、原材料価格の急上昇や規制の強化などで突発的に生産コストが上がることが発生する。このような状況で、新技術採用の決定について考える。簡単化のため、生産規模を一定とし、ある技術を採用した後の生産コストは一定であるとする。時間を連続的に取り扱い、時刻tから$t+dt$の間の生産コストをcdt、その間に生じるキャッシュフローは$\pi(c)dt$であるとする。利潤関数$\pi(c)$は生産コストcの狭義減少関数であるとする。

技術の改善あるいは革新により潜在的な生産コストの低下および原材料価格の急上昇や規制の強化などにより潜在的な生産コストの上昇は時間の推移とともに確率的に

変動するものを考え、このような確率的に変動する生産コストを潜在的生産コストと呼ぶことにする。ある時点で、新技術を採用し、潜在的生産コストを現実のものにするためには一定の投資コストが必要で、投資コストを支出することにより、実際の生産コストはその時点での潜在的な生産コスの水準に変更されるものとする。潜在的生産コスト X_t の変動は跳躍拡散過程（jump-diffusion process）で

$$dX_t = \mu X_{t-}dt + \sigma X_{t-}dW_t + X_{t-}d\left(\sum_{i=1}^{N(t)}(Y_i - 1)\right) \tag{1}$$

と表されるものとする[(3)]。μ は技術の持続的な改善による比較的に緩やかな生産コストの低下を表し、負の値をとるものとする。W_t は標準ウィーナー過程であり、技術改善の不確実的側面を表す。ここで、$\sigma > 0$ であるとする。(1)式右辺の第1項と第2項は幾何ブラウン運動を表している。$N(t)$ はポアソン過程であり、技術の革新的な進歩の発生により生産コストの大きな減少[(4)]、原材料価格の急上昇や規制の強化などにより突発的に生産コスト上昇の発生回数を表す。Y_i は相互に独立な確率変数で、t 時点でこのような変化が発生すると、X_{t-} は Y_iX_t となる。$y = \ln(Y)$ とすると、$y < 0$ の場合、y はパラメータ η の指数分布に従い、$y > 0$ の場合、y はパラメータ γ, θ のガンマ分布に従うとする[(5)]。すなわち、y の確率密度関数は

$$\begin{aligned} f(y) &= \eta\exp(\eta y), \quad y<0, \eta>0 \\ g(y) &= \frac{1}{\theta\Gamma(\gamma)}\left(\frac{y}{\theta}\right)^{\gamma-1}\exp\left(-\frac{y}{\theta}\right), \quad y>0,\ \gamma>0, \theta>0 \end{aligned} \tag{2}$$

である。ここで、

$$\Gamma(\gamma) = \int_0^\infty u^{\gamma-1}\exp(-u)du$$

はガンマ関数である。技術革新による生産コストの大幅な低下は平均発生間隔 $1/\alpha_1$ で生じ、潜在的コスト X_{t-} は $\exp(y)X_t$ $(y<0)$ に減少する。生産コストの突発的な上昇は、平均発生間隔 $1/\alpha_2$ で生じ、潜在的なコスト X_{t-} は $\exp(y)X_t$ $(y>0)$ に増大する。$W_t, N(t), Y$ は互いに独立とする。(1)式を積分すると、

$$X_t = X_0\exp\left((\mu - \sigma^2/2)t + \sigma W_t\right)\prod_{i=1}^{N(t)} Y_i$$

となる[(6)]。$\ln(X_t)$ の積率母関数を $E\left[\exp\{\lambda\ln(X_t)\}\right] = \exp\left\{F(\lambda)t\right\}$ で表すと、関数 $F(\cdot)$ は

$$F(x) = (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)x + \frac{1}{2}\sigma^2x^2 + \alpha_1\left(\frac{\eta}{\eta+x} - 1\right) + \alpha_2\left(\frac{1}{(1-x\theta)^\gamma} - 1\right) \tag{3}$$

となる。$\rho > 0$ に対して、方程式 $F(x) = \rho$ は $x < 0$ では２つの実根を持つ。これを

β_1, β_2 で表し、$\beta_1 > \beta_2$ すると、$\beta_2 < -\eta < \beta_1 < 0$ を満たす。

企業はある時点で新技術を採用すると、実際の生産コストをその時点の潜在的生産コストのレベルまで引き下げることができ、その後の実際の生産コストはその水準で継続する。新技術採用の投資コストを I とする。現在使用中の技術では生産コストが c で、利潤関数は $\pi(c) = D - c$ であるとする。潜在的生産コスト X_t の水準が x のとき、割引率を $\rho(>0)$ とすると、プロジェクトから得られるキャッシュフローの割引現在価値 $V(x,c)$ は積分微分方程式（integro-differential equation）

$$\frac{1}{2}\sigma^2 x^2 V''(x,c) + \mu x V'(x,c) + \alpha_1 \int_{-\infty}^{0} \Big(V(e^y x, c) - V(x,c) \Big) f(y) dy + \alpha_2 \int_{0}^{\infty} \Big(V(e^y x, c) - V(x,c) \Big) g(y) dy + \pi(c) = \rho V(x,c) \tag{4}$$

を満たす。ここで、$V'(x,c)$ および $V''(x,c)$ は $V(x,c)$ の x についての1次および2次の導関数である。

2. 新技術採用の最適政策

潜在的生産コスト X_t の水準が $z(\le x)$ 以下に達したとき、新技術を採用する。まず、1回のみ新技術を採用する場合について考える。

（4）式の解は

$$V(x,c) = \begin{cases} Ax^{\beta_1} + Bx^{\beta_2} + W(c), & x > z \\ W(x) - I, & x \le z \end{cases} \tag{5}$$

であると仮定する。ここで、A と B は境界条件から決まる係数である。$Ax^{\beta_1} + Bx^{\beta_2}$ は将来新技術採用によりキャッシュフロー増分の現在価値であるから、A と B は非負とする。$W(\cdot)$ は $\pi(\cdot)$ に関連する関数であり、現在使用中の技術で生産を継続する場合のキャッシュフローの現在価値である。現在、生産を行っていないときには $W(c) = 0$ となる。潜在的生産コスト x が無限大であると、将来、この技術を新たに採用することがなくなるので、$Ax^{\beta_1} + Bx^{\beta_2}$ は零になる。したがって、β_1 と β_2 は負でなければならない。$W(x) - I$ は技術を採用した時点での投資の正味現在価値であるから、$W(x) = (D-x)/\rho, W(c) = (D-c)/\rho$ となる。

$V(x,c)$ および $V'(x,c)$、$V''(x,c)$ を(4)式に代入し、整理すると、

$$Ax^{\beta_1}[F(\beta_1) - \rho] + Bx^{\beta_2}[F(\beta_2) - \rho] - \alpha_1 \left[Az^{\beta_1} \frac{\eta}{\eta + \beta_1} + Bz^{\beta_2} \frac{\eta}{\eta + \beta_2} + \frac{z}{\rho} \frac{\eta}{\eta + 1} - (\frac{c}{\rho} - I) \right] = 0 \tag{6}$$

となり、z, β_1, β_2 はそれぞれ次の関係式

$$Az^{\beta_1} \frac{\eta}{\eta + \beta_1} + Bz^{\beta_2} \frac{\eta}{\eta + \beta_2} + kz \frac{\eta}{\eta + 1} - K(c) = 0 \tag{7}$$

$$F(\beta_1)-\rho=0,\quad F(\beta_2)-\rho=0 \tag{8}$$

を満たさなければならないことが分かる。ただし、$K(c)=c/\rho-I$ 、$k=1/\rho$ である。$V(x,c)$ を最大にする境界条件は(5)式から

$$Az^{\beta_1}+Bz^{\beta_2}+W(c)=W(z)-I \tag{9}$$

$$\beta_1 Az^{\beta_1}+\beta_2 Bz^{\beta_2}=-z/\rho \tag{10}$$

となる。(9)式の左辺の第1項と第2項は新技術の採用によるキャッシュフロー増分の現在価値であるから、正である。したがって、$W(z)-I-W(c)>0$ であり、すなわち、$c-\rho I>0$ を満たしていれば、(7)式、(9)式と(10)式からなる連立方程式を解くことにより、潜在的生産コストが最初に

$$z=\frac{\beta_1}{\beta_1-1}\frac{\beta_2}{\beta_2-1}\frac{\eta+1}{\eta}\frac{K(c)}{k} \tag{11}$$

以下になったときに新技術を採用するのが新技術採用の最適政策であることがわかる。係数 A と B はそれぞれ、

$$A=\frac{\beta_2 K(c)-(\beta_2-1)kz}{(\beta_2-\beta_1)z^{\beta_1}},\quad B=\frac{\beta_1 K(c)-(\beta_1-1)kz}{(\beta_1-\beta_2)z^{\beta_2}} \tag{12}$$

であり、これを用いると、将来新技術採用によるキャッシュフロー増分の現在価値を求めることができる。

以上では将来1回のみ新技術を採用する場合を考えたが、一般に、将来にわたって、継続的に新技術の採用を行うので、次は、任意回新技術を採用することができるときの最適政策とキャッシュフローの現在価値の評価について考える。

将来にわたって、1回のみの新技術の採用を考えることと任意回を考えることは、基本的な理論の枠組みは変わらないが、任意回の場合について議論をする際には、何回目の技術採用であるかを明確にしなければならない。そのため、上の議論で使用した符号を再定義する。将来にわたって n 回新技術採用を考える場合、i 回目の新技術採用の最適政策は潜在的生産コストが最初に $z_i, i=1,2...n$ 以下になったときに新技術を採用することとする。潜在的生産コストの変動は跳躍を伴うため、i 回目に新技術を採用したときに実現した生産コストを c_i とすると、$c_i\le z_i$ となる。i 回目の新技術採用後のキャッシュフローの現在価値を $V_i(x,c_i)$ で表し、潜在的生産コスト X_t が最初に z_{i+1} 以下になったときに $i+1$ 回目の新技術を採用することを考える。この場合、(5)式は

$$V_i(x,c_i)=\begin{cases}A_i x^{\beta_1}+B_i x^{\beta_2}+W(c_i), & x>z_{i+1}\\ A_{i+1}x^{\beta_1}+B_{i+1}x^{\beta_2}+W(x)-I, & x\le z_{i+1}\end{cases} \tag{13}$$

と改められる。(7) 式に対応する式は

$$(A_i - A_{i+1}) z_{i+1}{}^{\beta_1} \frac{\eta}{\eta + \beta_1} + (B_i - B_{i+1}) z_{i+1}{}^{\beta_2} \frac{\eta}{\eta + \beta_2} + k z_{i+1} \frac{\eta}{\eta + 1} - K(c_i) = 0 \tag{14}$$

となり、β_1, β_2 については(8)式と同様である。境界条件

$$A_i z_{i+1}{}^{\beta_1} + B_i z_{i+1}{}^{\beta_2} + W(c_i) = A_{i+1} z_{i+1}{}^{\beta_1} + B_{i+1} z_{i+1}{}^{\beta_2} + W(z_{i+1}) - I \tag{15}$$

$$\beta_1 A_i z_{i+1}{}^{\beta_1} + \beta_2 B_i z_{i+1}{}^{\beta_2} = \beta_1 A_{i+1} z_{i+1}{}^{\beta_1} + \beta_2 B_{i+1} z_{i+1}{}^{\beta_2} - z_{i+1} / \rho \tag{16}$$

と(14)式からなる連立方程式を解くことにより、$i+1$ 回目の新技術採用の最適政策は潜在的生産コストが最初に

$$z_{i+1} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{\beta_2}{\beta_2 - 1} \frac{\eta + 1}{\eta} \frac{K(c_i)}{k} \tag{17}$$

以下になったときであることが分かる。係数 A_i と B_i はそれぞれ、

$$A_i = A_{i+1} + \frac{\beta_2 K(c_i) - (\beta_2 - 1) k z_{i+1}}{(\beta_2 - \beta_1) z_{i+1}{}^{\beta_1}} \tag{18}$$

$$B_i = B_{i+1} + \frac{\beta_1 K(c_i) - (\beta_1 - 1) k z_{i+1}}{(\beta_1 - \beta_2) z_{i+1}{}^{\beta_2}} \tag{19}$$

となる。

(17) 式からわかるように、z_{i+1} は、係数 A_i と B_i と無関係で、i 回目に新技術を採用したときに実現した生産コスト c_i の変数である。このことから、任意回の新技術の採用を考える場合、新技術の採用政策はそれ以降の採用政策と無関係で、1回のみの新技術の採用を考える場合と同様にして決定すればよいであることがわかる。係数 A_i および B_i は (18) 式と (19) 式からわかるように、A_{i+1} および B_{i+1} との関連があり、A_{i+1} および B_{i+1} はこれ以降の新技術採用で実現する生産コスト $c_j, j = i+1, i+2, ...n$ によって決まることから、計算は困難になる。ここで、これ以降の新技術採用で実現する生産コスト $c_j = z_j$ と仮定して、$z_i^{'}$ および係数 $A_i^{'}$ と $B_i^{'}$ を求めてみる。$z_i^{'}$ は (17) 式に対応する式、

$$z_{i+1}^{'} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{\beta_2}{\beta_2 - 1} \frac{\eta + 1}{\eta} \frac{K(z_i^{'})}{k}$$

を使って、$i = 1, 2, 3, ...n, n+1$ の順番に求めることができる。ただし、n は $K(z_{n-1}) - k z_n > 0, K(z_n) - k z_{n+1} \le 0$ を満たす整数で、n 回以降には新技術を採用することはない。したがって、$A_n^{'}$ と $B_n^{'}$ はもとに零になり、係数 $A_i^{'}$ と $B_i^{'}$ はそれぞれ (18) 式と(19)式に対応する式、

$$A_i^{'} = A_{i+1}^{'} + \frac{\beta_2 K(z_i^{'}) - (\beta_2 - 1)kz_{i+1}^{'}}{(\beta_2 - \beta_1) z_{i+1}^{'}{}^{\beta_1}}$$

$$B_i^{'} = B_{i+1}^{'} + \frac{\beta_1 K(z_i^{'}) - (\beta_1 - 1)kz_{i+1}^{'}}{(\beta_1 - \beta_2) z_{i+1}^{'}{}^{\beta_2}}$$

を使って、$i = n-1, n-2, ..., 2, 1, 0$ の順番で求めることができ、各時点での将来に新技術の採用によるキャッシュフローの増分の現在価値を計算することができる。このような計算結果は新技術採用で実現する生産コスト $c_j = z_j$ と仮定したため、必ずしも新技術の採用による実現するキャッシュフローの増分の現在価値とはならないが、1回のみ新技術の採用を考える場合には新技術の採用によるキャッシュフローの増分の現在価値を最小に見積もるものに対し、この計算結果は新技術の採用によるキャッシュフローの増分の現在価値を最大に見積もるものと見なすことができる。したがって、1回のみと n 回の新技術の採用を考える場合で求めた新技術の採用によるキャッシュフローの増分の現在価値はそれぞれ最小値と最大値であり、技術投資評価のベンチーマークとなる。

3. 結論

本論文は、技術の変化とその他の原因により生産コストが不確実的に変動する場合、新技術採用における投資決定について議論した。技術の持続的進歩とイノベーションが生産コストの低下をもたらし、原材料価格の急上昇や規制の強化などが生産コストの上昇をもたらす状況について、技術の進歩による生産コストの低下を幾何ブラウン運動、イノベーションによる生産コストの低下を対数指数分布、生産コストの上昇を対数ガンマ分布に従うとし、イノベーションと生産コストの上昇をもたらす事象の発生がポアソン過程に従うとして、潜在的生産コストの変動がある種の跳躍拡散過程でモデル化した。将来生産コストが下がった場合に、投資を実行する最適タイミングについて、明示的な解が得られ、技術投資の現在価値を求めることができた。

【注】

(1) 詳細な議論は Cooley, Greenwood and Yorukoglu（1997）および Greenwood, Hercowitz and Kruseel（1997）を参照。

(2) McDonald and Siegel（1986）や Pindyck（1988）は初期のリアルオプション研究の代表的文献であり、Dixit and Pindyck（1994）は標準的リアルオプション理論をまとめたものである。

(3) 跳躍拡散過程の変動の表現については、Kou and Wang（2004）を参照。

(4) イノベーションの発生は持続的な技術の蓄積によるものであるとも考えられる。したがって、イノベーションの発生確率は技術の蓄積水準の関数と考えることも妥当である（レフェリーもこの点について触れた）。この論文はイノベーションとその他の要因も考慮した場合の新技術採用の最適政策を示すことが主な目的であるので、モデルの簡単化のため、イノベーションの発生過程を発生確率が一定のポアソン過程に従うものとした。Doraszelski（2004）は発生確

率が時間の関数であるポアソン過程を仮定している。

(5) コスト上昇の幅も原因別でそれぞれ指数分布で表現できるが、ここでは、すべてのコスト上昇の原因をガンマ分布でまとめて表現する。

(6) Kou and Wang（2004）および Merton（1976）を参照。

謝辞

2名の匿名のレフェリーから有益なコメントを頂きました。感謝を申し上げます。

【参考文献】

Cooley, T. F., J. Greenwood, and M. Yorukoglu（1997）, "The Replacement Problem", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 40.

Dixit, A. K., and R. S. Pindyck（1994）, *Investment under Uncertainty*, Princeton University.（『川口有一郎等訳（2002）、投資決定理論とリアルオプション』、エコノミスト社。）

Doraszelskyi, U.（2004）, "Innovations, Improvements, and the Optimal Adoption of New Technologies", *Journal of Economic Dynamics & Control*, Vol. 28.

Doms, M. E., and T. Dunne（1998), "Capital Adjusted Patterns in Manufacturing Plants", *Review of Economic Dynamics*, Vol. 1.

Greenwood, J., Z. Hercowitz, and P. Krusell(1997), "Long-Run Implications of Investment-Specific Technological Change", *the American Economic Review*, Vol. 87.

Kou, S. G. and H. Wang（2003）, "First Passage Times of a Jump Diffusion Process", *Adv. Appl. Prob.* Vol. 35, pp504-531.

Kou, S. G. and H. Wang（2004）, "Option Pricing Under a Double Exponential Jump Diffusion Model", *Management Science*, Vol. 50, No. 9, pp1178-1192.

McDonald, R., and D. Siegel（1986）, "The Value of Waiting to Invest", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101.

Merton, R. C.（1976）, "Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous", *Journal of Financial Economics*, Vol. 3.

Pindyck, R.（1988）, "Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm". *American Economic Review*, Vol. 78.