

無尽（再訪）

—無尽発展型商品による地域金融機関の再興にむけて—

Rotating Savings and Credit Association (ROSCA) “Mujin” (Revisited): Revival of Regional Financial Institutions through ROSCA-Type Developmental Products

山下 実若（東洋大学）、杉山 智行（宮崎大学）

1. はじめに
2. 無尽とは
 - (1) 無尽の仕組み
 - (2) 近代の無尽
3. 無尽の新しいモデル化による特徴と他の制度との比較
 - (1) 基本モデルと比較
 - (2) リスク中立金利によるモデルとシミュレーション
4. ネットワークの活用、モラルハザード防止機能、統合モデル、及び地域金融機関での活用に向けて
5. おわりに
補遺

1. はじめに

無尽（講、頼母子、模合とも呼ばれる）の仕組を資金調達・貸出機能、資産運用機能、保険機能すべてにわたって分析し、無尽発展型商品アイデアで地方銀行等の再興に資する提案を行うための基礎調査を行った。

無尽は日本を含め世界各国で古来より利用されてきた相互扶助の仕組である。現在のいわゆる第二地銀の多くが無尽に由来するが、無尽を業として行う無尽会社が現れ、相互扶助とは関係なく一般の借入・貸出も行う殖産型といわれる無尽スキームが九州地方等で急増し、本来の無尽の相互扶助の機能は廃れつつも、最終的に相互銀行形態を経て普通銀行に転換した経緯にある。これは榊原(2014)の効用関数を利用した分析、すなわち、無尽は相互扶助の観点で有益ではあるが、借入が相当な条件で可能となった場合（すなわち、殖産型の無尽スキーム）がより効用が高いことと符合する。しかしながら、無尽の古来の仕組のものが私的な集団の相互扶助として各地に根強く残り、また無尽の持つモラルハザード防止機能（資金の持逃げ、資金を得た者の倒産の防止等）が必要である中、中丸(2020)は適切なインセンティブと罰でモラルハザード防止ができることを示しており、今後、こうした機能は必要な機能となるはずで、更に保険機能もあることから、無尽を廃らせるのではなく利点を再度整理・モデル化し、地方銀行等のビジネス提案につなげる。

本論文の新規性は、「過去の研究は一つの金利を使ってモデル化していたため、

正しく資金調達機能・資産運用機能の構造が見出せていなかった。今回、金利の期間構造やフォワード金利等を考慮したリスク中立金利を使用し他モデル化で、資金調達機能・資産運用機能の構造をあぶりだしたこと」である。基礎調査の後には、ROSCA のモラルハザード防止機能（倒産を前提にした資金調達、返済滞りの回避、返済の確実性の向上に資する効果等）に注目して、既存の金融機関の活用も展望し、無尽のモデル化で、プールされた集団のモラルハザード防止機能などの集団機能性を明らかにし、保険機能をリスクシェアリングとしてモデル化し、具体的な新しい資金調達・資金運用・保険の機能を活用した銀行によるビジネスに繋げる提案を行っていく予定である。本論文はいわば新しい資金調達・資金運用・保険の機能を活用した銀行によるビジネスに繋げる提案のための理論編である。

過去の関連する国内外の研究動向は次の通り（無尽は諸外国の同様な制度も含め Rotating Savings and Credit Association (ROSCA) と呼ばれる）。まとまった資金の必要な物の購入において、Besley et al. (1993) により ROSCA の相互扶助効果により積み立てて購入するより効用が高いことが示され、また、Besley et al. (1994) では、一般の状況では ROSCA が借入による資金調達に効用が劣ることが示された。同様に榊原(2014)ではいつでも資金が借り入れられる機能が付加されればその仕組みの方が無尽よりも効用が高いとのモデルを示した。しかしながら、これらでは金利は期間構造やリスク中立が考慮されておらず、かつ、ROSCA の資産運用機能は主体的に扱われていない。この点は近年の Fang et al. (2015)、Ahn et al. (2017)、Reito (2020) 等でも進展はほとんどない。また、これらは借入と ROSCA を比較することに主眼を置いている。

また、借入が難しい状況下でやむに已まれず ROSCA が利用されてきた側面があることに留意し、ROSCA のモラルハザード防止機能（倒産を前提にした資金調達や返済滞りの回避）や返済の確実性の向上に資する効果に注目するが、中丸(2020)が提示している相互扶助型仕組みのモラルハザード防止効果の実証を行っている。本論文はこれらの知見を整理・取入れのための基礎調査とも考える。なお、保険機能を整理してリスクシェアリングの考え方を導入して ROSCA の中で整理することで、ROSCA の総合的な機能のモデル化が可能となるがリスクシェアリングについては山下 (2023) を参照されたい。

以下、本論文は 2 章で無尽制度の過去と今後を概観し、3 章で無尽の新しいモデル化と他の制度との比較を行う。4 章でネットワークの活用やモラルハザード防止機能、地域金融機関での活用を展望し、5 章でまとめを行う。

2. 無尽とは

(1) 無尽の仕組み

無尽には、資金調達・貸出機能、資産運用機能、保険機能がある。まず、資金調達であるが、歴史的に、あるいは実態として冠婚葬祭費用のような出費対応や大型高級家具のような非日用品で高価ながら購入欲求が高いものの購入のため

考えられ、怪我・病気のための急な出費対応もありうる。また、前節でみてきたように一般事業資金ニーズのための場合もある。そこで非日常品購入のための資金調達を①購買無尽、とする。これは一般に海外の ROSCA モデルとなっており、効用関数で議論する過去の文献(例えば Besley et al. (1993)、Besley et al. (1994)) は日常品消費と非日常品消費と区別し、非日常品を消費するときの効用は日常品商品と区別して(効用が高いと)議論している。そして上記のその他は②貸出機能(事業資金ニーズ)と③保険機能(突発事項に由来する資金ニーズ)とする。無尽の参加者で参加者の最後に資金を得る者は出資した資金よりも多い資金が手元に帰ってくるのでいわば④資産運用機能となるが、無尽に参加していることが、当初資金を得る者以外であれば、いくらかは資産運用の趣旨が含まれている。これらを踏まえ以下のようなモデル化を行って無尽の特徴比較を行う。

まず、次章の比較などで使用する無尽の姿は、以下の例の通りとする(7人の例)。まず資金調達機能の例をみる。代金 600 万円の資金が欲しい同様なニーズの 7 人が集まった例を考えると、抛出合計額を入手する者を順番に決めて、一人 100 万円抛出して合計額を入手する以外の 6 人分の抛出合計額 600 万円を順番に入手する(7回行う)。なお、入手した者は入手後は利息も払う。(図 1 参照)

(単位万円)	仲間7人					
	#1	#2	#3	...	#6	#7
1回目 抛出	0	-100	-100	...	-100	-100
	600獲得					
2回目 抛出	利息-6	+6				
	-100	0	-100	...	-100	-100
	600獲得(#2は1回目の抛出分の利息も獲得)					
	... (7回実施)					

図 1 資金調達例

#1~#7 の仲間が集まり、1 回目は#1 がそれ以外の 6 人が抛出した合計額 600 万円を入手する。#1 は 2 回目以降借入金利を支払う。2 回目は#2 が合計額を入手する。#1 が支払う借入金利を#2 は 1 回目の抛出の利息としてもらう。

更に、保険機能を考えた場合、同様な 7 人の仲間の例で示すと、怪我をして治療資金 600 万円が必要な者が発生したとすると、7 人の内、当事者以外が 600 万円の 1/6 である 100 万円を出し合うもの(図 2 参照)だが、これはリスクシェアリングに相当する。

(単位万円)	仲間7人					
	#1	#2	#3	...	#6	#7
怪我発生	怪我	-100	-100		-100	-100
	600獲得、治療					

図2 保険機能例

#1～#7の仲間が集まり、#1が怪我をした時、それ以外の6人が拠出した合計額600万円を#1は入手する。相互扶助による保険機能。

以上が典型的な無尽の仕組みである。明治以降その姿が変わっていく（次節）。

(2) 近代の無尽

無尽の歴史は古いが、明治以降、無尽の組成や資金管理を業務として行ういわゆる業者（無尽会社）が隆盛となり、かつ、いつでも資金が借り入れられる機能もある仕組に変わって行った（殖産型無尽）。これが無尽を大きく拡大させた一方で、詐欺を行う（集めた資金の持ち逃げ等）ことも多数発生し、銀行と同様な規制（大正4年無尽業法制定）が行われるようになった経緯にある。無尽のメリットとしては、Besley et al. (1993)では無尽と同等な ROSCA が組まれることで全体の効用が向上すると説明される。

日本では殖産型の無尽が拡大したが、借入が相当な条件で可能となった場合、すなわち、殖産型無尽が、通常の無尽の相互扶助の仕組よりも効用が上がるとのモデル（榊原(2014)）が提示されていて、これと整合的である。しかし、一定の条件下の相互扶助の無尽の利用は、金利が高い等の借入を行うよりも効用が高い場合もありとの分析もある（Besley et al. (1994)）。

しかしながら、そもそも無尽は借入できない事情を反映しており、比較対象として借入を単純比較するのは適切ではないのではではないか。公的資金返済のために無尽が行われるという場合もあるようで、例えば現代において沖縄県の例で、公的機関からの借入の返済に模範が行われるという指摘がある（小澤 1991）。資金調達・貸出機能、資産運用機能、保険機能を総合的に提供する無尽発展型商品アイデアを提供し、地方銀行等の再興に資したい。

3. 無尽の新しいモデル化による特徴と他との比較

(1) 基本モデルと比較

ア. モデルの説明

具体的にモデルのためのパラメータ設定を行う。設定は以下の通り。

- ・個人が時刻 t において資産 $w(t)$ をもっているとする。
- ・各人は期初 $w(t=0)=w_0$ 、 $t=0,1,\dots,T$ の離散過程を考えると、無尽のため $T+1$ 人考えることとなる。

- ・毎年 t 期末に収入が y (資金フロー、每期 n 人について同一)あるとする。
- ・ y は日常品購入後のネットフロート、価格 ℓ の非日常品を一回 1 つ購入する。

ここで、毎期末貯蓄し(利息年率 R_s で一定)、ある一定の期末に購入する(ケース①a)、借入を行ってある一定の期末に購入する(ケース①b)(金利 R_b 、ただし返済ルール有、後述)、 n 人の無尽を行って購入する(金利相当 R_m)(ケース①c)、の比較を行う。その時、効用関数の前提は以下の通り。

- ・効用関数は n 人同一で関数 $u(w(t))$ とし、非日常品を購入したときは効用がその期以降 U 増えるとする。
 - ・効用の現在価値を求めるときは割引率 β (一定) を使う。
 - ・効用関数は **convex** でリスク回避型か、または正比例のリスク中立型とする。
 - ・比較する場合、 $t=0,1,2,\dots,T$ 時点の効用を β で割り引いて合計し、多期間の効用の合計としての効用の合計値を比べる。
 - ・①において、積立で購入(①a)、無尽(①b)、借入(①c)を比較する。非日常品を購入すれば U の追加効用が得られるとする。
 - ・②においては、と無尽(②b)、借入(②c)を比較する。①の U は存在しない一方、無尽では資金調達のタイミングが必ずしも希望しているものではないことの付加を効用を $L \times$ 定数分減じることで表す。
 - ・③において、每期突発事項が起こる確率を p とし(每期独立事象)、①の U は存在しないとして、無尽(③b)、借入(③c)、保険に入る(③d)を比較する。
- なお、山下(2023)では更に③における別の手段であるリスクシェアリングの場合を論じているが下記イ.にて記述するとともに、この結果も③eとして取り上げる。

イ. 保険機能のモデル化

損失について、 p ($0 < p < 1$) の確率で ℓ (> 0) の損失が発生、 $1-p$ の確率で損失が発生しない(0) ようなリスクを考える。比較は、一期間モデルにおいて、保険に入らずリスクシェアしない(①)、保険に入るのみ(②)、 n 人でリスクシェアリングするのみ(③)の3つを考える。個人の資産 w_i は当初資産はすべて w_0 とし、 n 人は同一の損失発生と損失のリスクを抱えるとする。各人の効用関数 $u_i(w_i)$ はリスク回避的(convex)とし各人同一とする。

以下、ア.及びイ.にもとづく比較を行う。詳細なモデル分析は補遺及び(山下2023)ご参照されたい。効用関数やその他パラメーターを簡略化した場合も補遺に掲載している。

ウ. 制度比較

まず①において、非日常品を入手するという①の場合、 U という効用が相当に大きいと想定される中、効用の優劣はこの U をなるべく早く得ることができるかどうかで決まる。①a の貯蓄して購入は U という効用が得られるのは $t=T$ である

一方、①c の借入 (Buy Now Pay Later などに相当、ただし返済関連のキャッシュフロー制約を付ける) は、いつでも借入できるなら、 U という効用が早く得られるように $t=0$ で借入、購入することとなり、かつ効用の合計値は大きくなる。①b は ROSCA (ランダム式) を想定しており、ランダムに順番が回ってくるため期待値が平均され、①a よりおおきく、①c より劣ると考えるのが自然である。(U は金利の影響よりも十分大きいとする。)

次に②については U を考えないため (購入して効用を得るという行動ではなく、資金が必要なタイミングが外的にやってくる)。この場合、②c の借入は、常に応分の拠出を収入から出さなければならない②b の無尽よりも、金利負担はあるものの収入を必ずしも拠出しなくてよい可能性があり、収入が金利負担よりも十分大きい場合は b 借入のほうが収入を手元にとっておける可能性があるため、(U ではなく、今度は割引される度合いが少ない、なるべく時間軸で言って手前で収入を手元にとっておける点で) 効用が高い可能性がある。また、②b では資金調達タイミングが合わない負荷もある。

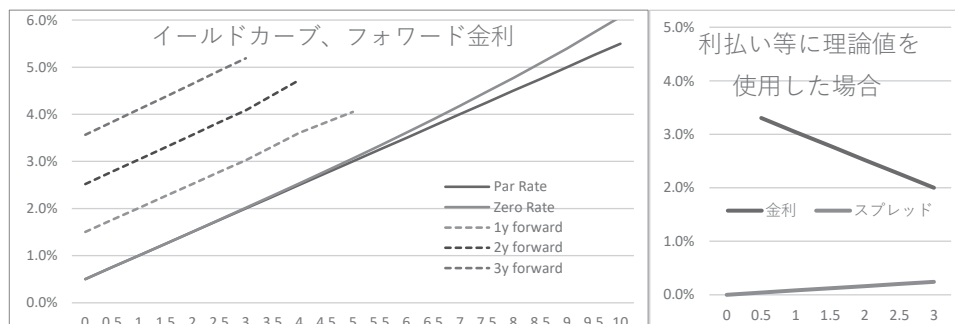
③についても U を考えないが、突発的事象が確率 p で起こるため、返済のためのキャッシュフロー制約を入れた場合、例えば $t=T$ で起こった場合は③c の借入には対応できないという、比較が無意味になってしまう弱点がある。その意味で③d の保険を掛けることは理にかなっている。今度は保険料を每期支払うこととなるがその額が小さいのであれば収入が割引される度合いが少ない、なるべく時間軸で言って手前で収入を手元にとっておける点で効用が高いとなる。③b の無尽も費用が必要な時に順番が来ているかという点と何度も事象が起こったことに対する対応ができない弱点がある。③e はリスクシェアリングであるが、通常の保険よりも効用が高いことが言える(山下 2023)。

(2) リスク中立金利によるモデルとシミュレーション

ア.金利の考察

これまでリスク中立金利や金利の期間構造などを捨象した議論となっている。仮に借入との比較や損得を測るとしても期間構造も含めたリスク中立金利でみることで、資金調達機能と資産運用機能の両方の構造を解明することができ、実際のビジネスにおいて活用できる形の提案にも繋がる。

一般に無尽におけるキャッシュフローを生成し、現在価値計算をしているのがリスクフリー金利を示す日本国債パーレート・イールドカーブからゼロレート・イールドカーブを計算、更にフォワードベース金利も用意して、キャッシュフローのあるべき利息や割引にあてはめるのがリスク中立金利での評価である。基本モデルで、 $t=0\sim 6$ 、 $T=6$ 、人数でいえば $6+1$ の 7 人のケースでこれらによる 7 人のグループ、利払い 6 回、半年ごと 3 年間の無尽を実施した数値シミュレーションを提示する。仮想のイールドカーブで計算したものが図 3 となる。なお、クレジットスプレッドも含め使用している。



半年分金利% →	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	左から右へ #1 から #7、上段：現在価値の合計、下段：IRR、青地：キャッシュフロー-現在価値						
年 ↓	1.00%	1.13%	1.26%	1.39%	1.52%	1.65%		-25.37	-15.92	-6.94	1.33	9.01	16.39	22.51
0	600.00	-100	-100	-100	-100	-100	-100	600.00	-100.00	-100.00	-100.00	-100.00	-100.00	-100.00
0.5	-107.44	607.44	-100	-100	-100	-100	-100	-107.02	605.05	-99.61	-99.61	-99.61	-99.61	-99.61
1	-107.44	-107.98	615.42	-100	-100	-100	-100	-106.29	-106.83	608.85	-98.93	-98.93	-98.93	-98.93
1.5	-107.44	-107.98	-108.51	623.94	-100	-100	-100	-105.27	-105.80	-106.32	611.31	-97.98	-97.98	-97.98
2	-107.44	-107.98	-108.51	-109.07	633.004	-100	-100	-103.95	-104.48	-104.99	-105.53	612.46	-96.75	-96.75
2.5	-107.44	-107.98	-108.51	-109.07	-109.602	643.13	-100	-102.35	-102.87	-103.38	-103.90	-104.41	612.69	-95.27
3	-107.44	-107.98	-108.51	-109.07	-109.602	-110.16	653.296	-100.49	-101.00	-101.50	-102.01	-102.51	-103.04	611.05

図3 シミュレーション

上段左：日本国債の仮想イールドカーブ（パーレート、ゼロレート、フォワード金利）、上段右：下段で使用した利息金利、クレジットスプレッドの期間構造、下段：#1 から順に 600 万円を入手する無尽を実施。キャッシュフローの割引は上段のゼロレート使用。#1 は現時点の 3 年金利を支払い、#2 は半年先 2 年半フォワード金利を支払う（以下同様）が、#2 がもらう一期分拠出しただけの期間利息は#1 の 3 年金利。

シミュレーションでは重要な無尽の構造が示されている。例えば#3 は 2 回（半年×2）拠出のみして、その後 600 万円を入手する。本来支払い利息は現時点で見れば、1 年先 2 年フォワード金利であるべきである。また、受け取る利息は 1 年金利であるべきである。しかしながら#1 の 3 年金利の半年分と#2 の半年先 2 年半フォワード金利の半年分をもらう。このように無尽は期間構造が逆転しているものをあてはめて資産運用をすることと同等ないびつな構造である。そもそも入手時期がいつであろうと無尽では同一の期間構造なし支払い利息となっており、フォワード金利の考慮もない。

イ. シミュレーション

ここで、仮に各人の現在価値が等しい金利をシミュレーションして逆算した結果を紹介する。それは全期間でほぼ同一の解となる。いびつな構造が最適解を期間構造無しとさせる。ただし、逆に助け合いである制度の特徴、長期間・世代間続くものであること等に鑑みれば、期間構造がないことがそうした特徴に沿うものとも考えられる。

4. ネットワークの活用、モラルハザード防止機能、統合モデル、及び地域金融機関での活用に向けて

無尽は借入と比較するよりも、ネットワークでモラルハザード対策がしっかりできるメリットを生かす形での利用を考えることが重要である。

実務的には借入が難しい状況下でやむに已まれず無尽が利用されてきた側面があることに留意し、無尽のモラルハザード防止機能（倒産を前提にした資金調達や返済滞りの回避）や返済の確実性の向上に資する効果に注目している。そして過去見いだされた利点（相互扶助、モラルハザードの防止、保険機能）を中心に整理して、実際のビジネスにおいて活用できる形の提案とすることは新しい試み。具体的には貸出機能・保険機能も備えた相互扶助の財形貯蓄制度のような定期的な相互掛金、生保子会社設立で保険機能の提供といったサービスを提供しつつ、様々なコスト（モラルハザードによるコスト、貸し倒れ等）を小さくするようなビジネスモデルを作成し、地域金融機関と産学連携プロジェクトや、地方銀行などのビジネス機会の増加効果が期待できる創造性を持っている。

中丸（2020）によると、インセンティブと罰の両方が必要となる。

すでに、給与口座があれば住宅ローン金利を下げる、投信口座があれば預金金利を上げるといったことが行われており、掛金口座、積立口座、生保口座があれば何らかの優遇をすることは可能。

グラミン銀行のように 5 人を一集団として、江戸時代の 5 人組にも似た制度（連帯責任）を行うことは現代の先進国においては難しいか。ただし連帯責任の保証人の制度は日本では一般的である。

ビジネスの入出金を一つの口座とし、それがあればビジネス状況がわかる。ただしメインバンク制ともいえる。

また、統合モデルや地域金融機関での活用に向けは以下の論点例を Part 1 では提示する。

① 総合的視点の例

バンカシュアランスとして、保険を売るのではなく、アンダーライトすることも一考。（保険子会社を持つ。）

なお、米国では Cash Value Life Insurance が人気であり、これは日本の通常の死亡保険といってよい。期中積立超過となる部分を引き出し等できることが人気の背景である。

② 不動貯金銀行の例

集金係を置き、積立貯金を集め 1915 年には日本一になった不動貯金銀行（現在のりそな銀行につながる銀行）にならい、集金、あるいは積立が顧客とのパイプ、コミュニケーションを維持するための重要な手法として活用する。（吉原、2018）

③ 日掛け積立定期と一体化しての貸付の例

旧相互銀行では日掛け（毎日積立）の掛け込みを見ながら貸付けを行うことを制度化している。これは昭和 50 年代にもこのような商品が存在している。対人信

用を積立金の掛け込みと毎日モニタリングで行う情報の生産活動のツールであったのだろう。これは昭和 50 年代にもこのような商品が存在している。(吉原、2018) (商工行政調査会、1939、志水、2001 も参照)

④ 信用金庫での積立定期

一般に融資開拓について定期積金をしてもらいフォローするコミュニケーションが実績の土台を構築しており、信用金庫や信用組が地域密着・顧客密着を進めるにあたり定期積金は不可欠の商品だと考えられる。

5. おわりに

金融機関からの借入による資金調達以外の手法として古来より利用されてきた無尽(諸外国の同様な制度も含め Rotating Savings and Credit Association (ROSCA) と呼ばれ、以後 ROSCA を用いる)の有用性は Besley et al. (1993、1994) を緒として計量モデル化され、Fang et al. (2015)、等が貸出機能も含めた有用性比較を行っている。本研究では借入との比較という視点ではなく、リスク中立な市場金利による評価を行う中で ROSCA の資金調達機能・資産運用機能の構造をモデル化した。今後は、借入が難しい状況下でやむに已まれず ROSCA が利用されてきた側面に留意し、倒産を前提にした資金調達と返済滞りの回避や返済の確実性の向上に資する効果に注目して、既存の金融機関が活用できるモラルハザード防止機能の構造をモデル化、その過程で相互扶助の保険機能も見出し保険機能に焦点を当てたモデル化も行い統合モデルを展望する。本研究は宮崎銀行出身の宮崎大学杉山智行教授との共同研究であり、上記モデルを活用し、具体的な新しい資金調達・資金運用・保険の機能を活用した銀行による ROSCA 型ビジネスに繋げる提案も行っていきたい。

文献

Ahn, Dohyun, Kang, Wanmo, Kim, Kyoung-Kuk, 2017. Analysis and design of microfinance services: A case of ROSCA. *The Engineering Economist* 62 (3), 197-230.

Besley, Timothy, Stephen Coate and Glenn Loury, 1993. The Economics of Rotating Savings and Credit Associations, *The American Economic Review*, 83(4), 792-810.

Besley, Timothy, Stephen Coate and Glenn Loury, 1994. Rotating Savings and Credit Associations, Credit Markets and Efficiency, *The Review of Economic Studies*, 61, 701-719.

Fang, Hanming and Ke, Rongzhu and Zhou, Li-An, 2015. Rosca Meets Formal Credit Marke, *PIER Working Paper* No. 15-036. SSRN:

<https://ssrn.com/abstract=2682549> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2682549>

Reito, F., 2020. Roscas without sanctions, *Review of Social Economy*, 78(4), 561-

579. DOI: 10.1080/00346764.2019.1693054

小澤潔 1991 庶民金融と会計検査(特に沖縄の模合について) 会計検査研究第3号

榊原健一 2014 無尽講の経済的意味 千葉大学経済学会小栢喜久夫先生退職記念号 152

志水誠 2001 『日本型リテールバンクの経済分析』 文芸社

商工行政調査会編 1939 『中小金融読本』 高山書院

中丸麻由子 2020 『社会の仕組みを信用から理解する』 共立出版

山下実若 2023 ネットワーク理論を活用したサイバーセキュリティ・リスクシェアリング 東洋大学経営論集 101号

吉原清嗣 2018 地域金融機関の中小企業経営への貢献効果の実証的エビデンスと理論的メカニズム—成長を促す金融力の測定方法と新指標の提案 京都大学博士論文

<https://repository.kulib.kyoto.ac.jp/dspace/bitstream/2433/232213/5/dkeik00573.pdf>

補遺 比較詳細 (積立、無尽、借入、保険の、7人・t=0~6の場合)

比較①

・積立てから購入 (①a)。ただし積立開始は t=1。(6回)

$$\begin{aligned} \text{効用}[\text{①a}] &= u(w_0) + \beta[u(w_0 + y - \frac{\ell}{6}) \\ &\quad + \beta^2[u(w_0 + 2y - \frac{2\ell}{6})] + \beta^3[u(w_0 + 3y - \frac{3\ell}{6})] \\ &\quad + \beta^4[u(w_0 + 4y - \frac{4\ell}{6})] + \beta^5[u(w_0 + 5y - \frac{5\ell}{6})] + \beta^6[u(w_0 + 6y - \frac{6\ell}{6}) + U] \end{aligned}$$

・無尽 (①b) について、t=0 から拋出しあう (フローは期末に入るため w0 を減らして対応)。7人で行うため、それぞれ一番目に資金獲得した人 I、二番目の人 II、七番目の人 VII の効用の合計 7 パターンを記す。金利分を受け取るルールは本文記載の通り。

$$\begin{aligned} \text{効用}[\text{①bI}] &= [u(w_0) + U] + \beta[u(w_0 + y - \frac{\ell}{6} - \ell R_m) + U] \\ &\quad + \beta^2[u(w_0 + 2y - \frac{2\ell}{6} - 2\ell R_m) + U] + \beta^3[u(w_0 + 3y - \frac{3\ell}{6} - 3\ell R_m) + U] \\ &\quad + \beta^4[u(w_0 + 4y - \frac{4\ell}{6} - 4\ell R_m) + U] + \beta^5[u(w_0 + 5y - \frac{5\ell}{6} - 5\ell R_m) + U] \end{aligned}$$

$$+\beta^6[u(w_0 + 6y - \frac{6\ell}{6} - 6\ell R_m) + U]$$

$$\text{効用}[\text{①bII}] = [u(w_0) - \frac{\ell}{6}] + \beta[u(w_0 + y - \frac{\ell}{6} + \ell R_m) + U]$$

$$+\beta^2[u(w_0 + 2y - \frac{2\ell}{6} + \ell R_m - \ell R_m) + U] + \beta^3[u(w_0 + 3y - \frac{3\ell}{6} + \ell R_m - 2\ell R_m) + U]$$

$$+\beta^4[u(w_0 + 4y - \frac{4\ell}{6} + \ell R_m - 3\ell R_m) + U] + \beta^5[u(w_0 + 5y - \frac{5\ell}{6} + \ell R_m - 4\ell R_m) + U]$$

$$+\beta^6[u(w_0 + 6y - \frac{6\ell}{6} + \ell R_m - 5\ell R_m) + U]$$

$$\text{効用}[\text{①bIII}] = [u(w_0) - \frac{\ell}{6}] + \beta[u(w_0 + y - \frac{2\ell}{6})]$$

$$+\beta^2[u(w_0 + 2y - \frac{2\ell}{6} + 2\ell R_m) + U]$$

$$+\beta^3[u(w_0 + 3y - \frac{3\ell}{6} + 2\ell R_m - \ell R_m) + U]$$

$$+\beta^4[u(w_0 + 4y - \frac{4\ell}{6} + 2\ell R_m - 2\ell R_m) + U]$$

$$+\beta^5[u(w_0 + 5y - \frac{5\ell}{6} + 2\ell R_m - 3\ell R_m) + U]$$

$$+\beta^6[u(w_0 + 6y - \frac{6\ell}{6} + 2\ell R_m - 4\ell R_m) + U]$$

$$\text{効用}[\text{①bIV}] = [u(w_0 - \frac{\ell}{6})] + \beta[u(w_0 + y - \frac{2\ell}{6})] + \beta^2[u(w_0 + 2y - \frac{3\ell}{6})]$$

$$+\beta^3[u(w_0 + 3y - \frac{3\ell}{6} + 3\ell R_m) + U]$$

$$+\beta^4[u(w_0 + 4y - \frac{4\ell}{6} + 3\ell R_m - \ell R_m) + U]$$

$$+\beta^5[u(w_0 + 5y - \frac{5\ell}{6} + 3\ell R_m - 2\ell R_m) + U]$$

$$+\beta^6[u(w_0 + 6y - \frac{6\ell}{6} + 3\ell R_m - 3\ell R_m) + U]$$

$$\begin{aligned} \text{効用[①bV]} &= [u(w_0 - \frac{\ell}{6})] + \beta[u(w_0 + y - \frac{2\ell}{6})] + \beta^2[u(w_0 + 2y - \frac{3\ell}{6})] \\ &+ \beta^3[u(w_0 + 3y - \frac{4\ell}{6})] + \beta^4[u(w_0 + 4y - \frac{4\ell}{6} + 4\ell R_m) + U] \\ &+ \beta^5[u(w_0 + 5y - \frac{5\ell}{6} + 4\ell R_m - \ell R_m) + U] \\ &+ \beta^6[u(w_0 + 6y - \frac{6\ell}{6} + 4\ell R_m - 2\ell R_m) + U] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{効用[①bVI]} &= [u(w_0 - \frac{\ell}{6})] + \beta[u(w_0 + y - \frac{2\ell}{6})] + \beta^2[u(w_0 + 2y - \frac{3\ell}{6})] \\ &+ \beta^3[u(w_0 + 3y - \frac{4\ell}{6})] + \beta^4[u(w_0 + 4y - \frac{5\ell}{6})] \\ &+ \beta^5[u(w_0 + 5y - \frac{5\ell}{6} + 5\ell R_m) + U] \\ &+ \beta^6[u(w_0 + 6y - \frac{6\ell}{6} + 5\ell R_m - \ell R_m) + U] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{効用[①bVII]} &= [u(w_0 - \frac{\ell}{6})] + \beta[u(w_0 + y - \frac{2\ell}{6})] + \beta^2[u(w_0 + 2y - \frac{3\ell}{6})] \\ &+ \beta^3[u(w_0 + 3y - \frac{4\ell}{6})] + \beta^4[u(w_0 + 4y - \frac{5\ell}{6})] \\ &+ \beta^5[u(w_0 + 5y - \frac{6\ell}{6})] + \beta^6[u(w_0 + 6y - \frac{6\ell}{6} + 6\ell R_m) + U] \end{aligned}$$

事前の効用としては上記 I~VII の平均をとることとなる。

・借入 (①c) においてはフロー y (6 期分) で返済できるような制約をつける。返済は翌期からとなるが、残りの期間で等分の元本返済と所定の金利支払いをする。 $T=6$ であれば第 6 期末の借入は存在しない、ただし、強いて言えばそれまでのフローを貯めておいて借りてすぐ返済するという結果としては積立と同じものとなるとも見做せる。場合分けするまでもなく効用は U が多く含む $t=0$ が最大。 $t=6$ はしいて言えば①a となる。

$$\text{効用[①c]最大のもの} = [u(w_0) + U] + \beta[u(w_0 + y - \frac{\ell}{6}(1 + 6R_b)) + U]$$

$$\begin{aligned}
& +\beta^2\left[u\left(w_0 + 2y - \frac{\ell}{6}(2 + 11R_b)\right) + U\right] + \beta^3\left[u\left(w_0 + 3y - \frac{\ell}{6}(3 + 15R_b)\right) + U\right] \\
& +\beta^2\left[u\left(w_0 + 2y - \frac{\ell}{6}(2 + 18R_b)\right) + U\right] + \beta^3\left[u\left(w_0 + 3y - \frac{\ell}{3}(3 + 20R_b)\right) + U\right] \\
& \quad +\beta^3\left[u\left(w_0 + 3y - \frac{\ell}{6}(3 + 21R_b)\right) + U\right]
\end{aligned}$$

比較②

②においては、と無尽 (②b)、借入 (②c) を比較する。①の U は存在しない。

・無尽 (②b) については、①b の U のないものとなる。資金調達タイミングが合わない負荷は $-L$ 。これは、そんなに早く資金入らなかった (運用できた)、もっと早く資金が必要だった、といったミスマッチによるもの。

(①b の 7 パターン参照。U=0 とし、ミスマッチ期間分の $-L$ を付加したもの。)

・借入 (②c) については、①c の U のないものとなる。

比較③

③において、每期突発事項が起こる確率を p とし (每期独立事象)、①の U は存在しないとして、無尽 (③b)、借入 (③c)、保険に入る(③d)、リスクシェアリング (③e)を比較する。

・無尽 (③b) であるが、仮に一度だけ p の確率で突発事項が起こるのであれば、②の 7 つについて p をかけ、7 で割って期待値をとることとなるが、多期間では二回続けて突発事項が起こることもあり、比較に無理がある (資金フロー制約)。

・借入 (③c) についても上記と同様、仮に一度しか p の確率で突発事項が起こるのみであれば、同様に期待値をとるが、比較に無理がある (資金フロー制約)。

・保険に入る(③d)場合を考える。保険料は $p'\ell$ とする (p' は p より大きく、保険料のバッファを加味した p との位置づけ)。3 年間保険料を支払って、何かあっても保険金で対応することとなり、また保険料は前払いのため、効用は以下となる。

$$\text{効用}[\text{③d}] = [u(w_0 - p'\ell)] + \beta[u(w_0 + y - 2p'\ell)]$$

$$+\beta^2[u(w_0 + 2y - 3p'\ell)] + \beta^3[u(w_0 + 3y - 4p'\ell)] + \beta^4[u(w_0 + 4y - 5p'\ell)]$$

$$+\beta^5[u(w_0 + 5y - 6p'\ell)] + \beta^6[u(w_0 + 6y - 7p'\ell)]$$

・リスクシェアリング(RS)(③e)について、山下(2023)によると、リスクシェアリングではリスク回避的効用では、上記効用[③d]のすべての項目で効用は高い。

$$\text{効用}[\text{③e}] = p'^7 \times u\left(w_0 - \frac{n\ell}{n}\right) + 7 \times p'^{7-1}(1-p) \times u\left(w_0 - \frac{(7-1)\ell}{7}\right) +$$

$$\dots + {}_n C_k p'^{n-k}(1-p')^k \times u\left(w_0 - \frac{(7-k)\ell}{7}\right) + \dots + (1-p')^7 \times u(w_0)$$

効用関数は convex で損失の可能性が細かく細分化されれば $u(w_0 - p\ell)$ となるので、 φ が十分小さくないと、効用[③e] > 効用[③d] (なお p' でコストを勘案)

以上、初期元本を 0、 $y-\ell/6=0$ 、割引率を 1、効用関数をリスクニュートラル(資産に正比例)として簡略化すると効用は下記の表のとおりとなる。

	積立 a	無尽 b	借入 c	保険 d	RS e
①	U				
		$7U-\ell/6*21-21\ell R_m$			
		$6U-\ell/6*22-9\ell R_m$			
		$5U-\ell/6*23$			
		$4U-\ell/6*24+6\ell R_m$			
		$3U-\ell/6*25+9\ell R_m$			
		$2U-\ell/6*26+9\ell R_m$			
		$U-\ell/6*27+6\ell R_m$			
		平均 $4U-4\ell$			
			$7U-91/6\ell R_b$		
②	×				
		$-\ell/6*21-21\ell R_m$			
		$-L-\ell/6*22-9\ell R_m$			
		$-2L-\ell/6*23$			
		$-3L-\ell/6*24+6\ell R_m$			
		$-4L-\ell/6*25+9\ell R_m$			
		$-5L-\ell/6*26+9\ell R_m$			
		$-6L-\ell/6*27+6\ell R_m$			
		平均 $-3L-4\ell+3\ell R_m$			
			最大 $-91/6\ell R_b$		
③	×				
		×			
			×		
				$\ell(7/2-28p')$	同左

更に $U=L=\ell$ として、

-①において非日常品の効用増分と借入金利水準によっては借入よりも無尽が効用が高いこともありうる。($R_b > 42/91 \sim 46\%$ の場合。)

-また、②において、借入は効用が高いが無尽が上回る場合はある。($R_b > 42/91-18/91R_m$ の場合で、例えば $R_m 30\%$ で $R_b 40\%$ の場合)

-なお、③について、 p' が大きいと②の無尽に効用が劣る場合がある。(例えば $R_m = 24\%$ 、 $p' = 35$ の場合)

がいえる。ただしいずれも金利水準としては大きな数値。