

# 都市のべき乗分布

齊 藤 裕 志

## 目 次

1. はじめに
2. Pareto 法則の推定
3. おわりに

## 1. はじめに

我々を取り巻く経済変数の分布状況は、それらの変数から現実の経済状況を考察するのにあたって、大変有益な情報を与えてくれる。その中で、経済現象に限らず、自然現象をも含めた様々な現象の分布を検討するのに際し、我々の念頭にすぐ浮かぶ馴染み深い分布は何と言っても正規分布であろう。実際、このベル型の分布は体の大きさや測定誤差など、様々な現象をとらえることに成功してきた。

しかし、近年、多くの研究者（とくに自然科学系の人々）が正規分布の適用範囲に疑問を抱いている。いわく“正規分布でとらえることができる現象はそれほど多くはないのではないか”と。それではどのような分布が現象の理解に資すると考えられているのだろうか。様々な候補が挙げられているが、いま一番注目を浴びている分布は“べき乗分布”と呼ばれるものである。ベル型といわれる様に、正規分布は分布の代表値である“平均”がまず存在し、その平均の生起確率が最も高く、平均から離れれば離れるほどその変数の起こる確率は小さくなる。特に分布の裾野は指数関数的に減少するタイプの分布である。このような分布は身長や体重などのように、その変数を代表する平均的な値が必ずあり、平均以外の値もその平均の近くに多く存在する現象に当てはめる場合には、甚だ都合が良い。

ところが、マグニチュードM以上の地震の発生回数の分布などは、正規分布のように分布に峰が

現れず、しかも指数関数的減少に比べれば緩やかに減少することが分かっている<sup>1</sup>。これは数多くの小規模地震が起こる一方、大きな災害をもたらす巨大地震も一定の率で発生することを意味している。言い換えれば、小さな頻度をもつ多数の現象と大きな頻度を持つ少数の現象が共存している状況なのだ。

幅広い範囲にわたる規模の現象が共存しているという事実は、その外にも多く報告されており、例えば、単語使用 (Zipf[1949]) や科学論文引用 (Newman[2001])、さらには細胞内反応の触媒ネットワーク (Furusawa and Kaneko[2003]) やウェブ上でのリンク数 (Albert *et al* [1999])、などの分野で上記の性質をもつべき乗分布の存在が指摘されている。

このようなべき乗分布を持つ現象は経済の分野においても数多く報告されているが、実はその歴史は以外と古く、100年以上も前に Pareto がイタリアの所得分布についてその存在を指摘している。それは所得水準  $I$  以上の人々の人数の対数をその所得  $I$  の対数に対して散布図に描くと、それは傾き  $-\alpha$  ( $\alpha > 0$ ) の直線で近似できるという大変シンプルな形で示された。所得以外にも従業員数・収入・利潤などで測った企業サイズの分布に関してもべき乗の関係が確認されている。

以上のようなべき乗分布の中で特に注目されているのは  $\alpha=1$  の場合で、これは“Zipf の法則”と呼ばれている (Zipf[1949], Simon[1955])。都市人口や企業サイズ、そして所得などはこの指数 1 のべき乗分布が成立する例として広く認知されている (Okuyama *et al* [1999], Simon[1955], Zipf[1949])。

本論文は人口以外の都市に関する変数もべき乗分布に従うのか、特にそれは Zipf の法則で特徴付けられるのか否かを統計的に分析することを試みたものである。またべき乗分布の指数推定値の多様性を考えるために、ブートストラップ法を用いて正規性の仮定によらない推定値分布を求めた。さらにメタ分析を行うことで、推定作業をデザインする際に影響を及ぼすと思われる要因の抽出をすることも行った。

## 2. Pareto 法則の推定

### 2.1 都市変数における Zipf の法則

べき乗の分布を生み出す現象については様々な名称が付けられているが、ここではそれを“Pareto の法則”と呼ぶことにしよう。この Pareto の法則は、考察の対象とするものを順位付けたとき、その順位が対象個々のサイズのべき乗の形で分布するというように表現できる。例えば、都市  $i$  の人口規模を  $S_i$  とし、全体のなかでの順位を  $R(S_i)$  とすれば、この順位分布は

<sup>1</sup> これはゲーテンベルク・リヒターの法則と呼ばれている。Somette[1996]。

$R(S_i) = AS_i^{-\alpha}$  となり、 $S_i$  の指数が  $\alpha=1$  の場合、特にこの関係を Zipf の法則と呼ぶことになっている<sup>2</sup>。指数  $\alpha$  を統計的に求めるには、上記の式の両辺を対数変換して確率誤差を加えた

$$\ln R_i = \ln A - \alpha \ln S_i + \varepsilon_i, \quad i=1 \cdots m \quad (1)$$

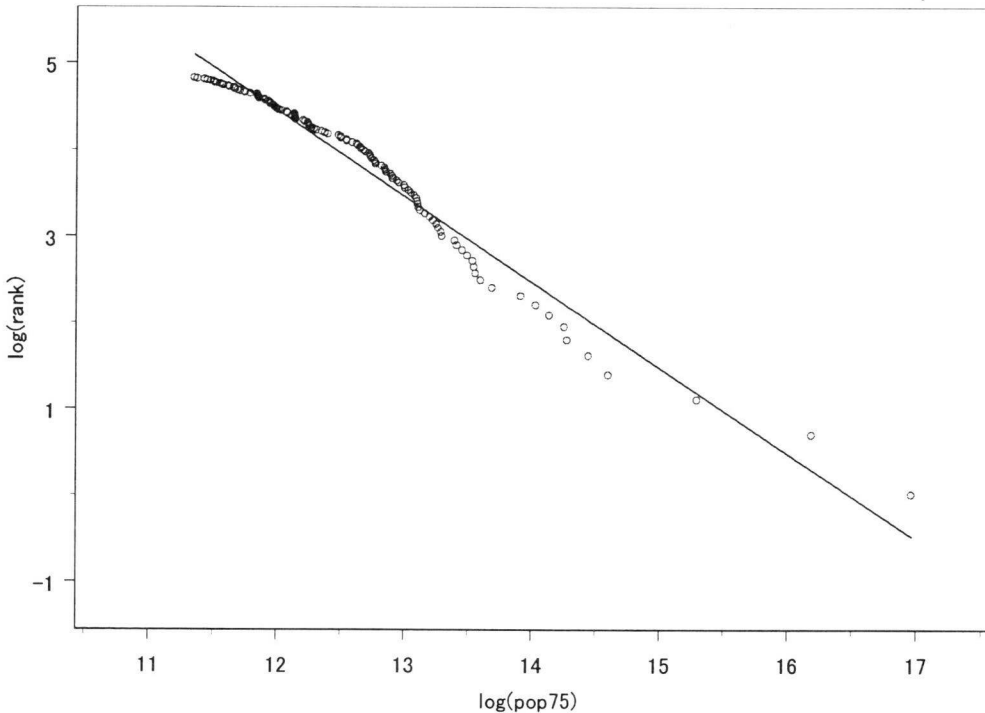
または、同じことであるが、

$$\ln R_i = a_0 + a_1 \ln S_i + \varepsilon_i, \quad i=1 \cdots m \quad (2)$$

というモデルを利用するのが一番簡単である。

本論文では製造業データを都市変数として用いるが、都市における製造業のべき乗分布を検証する前に、まず人口分布のべき乗性を確かめておこう。なお、以下の分析で使用するデータはすべて都市圏単位に集計されたデータであり、都市圏としては徳岡[1991]の標準大都市雇用圏 (SMEA) を用いた。図1、2は都市圏レベルに集計された人口データに関する散布図である。多少のズレも見られるが直線での近似はかなり上手くいっているようで、実際、表1の回帰結果を見れば、修正  $R^2$  による当てはまり度合いも良く、推定係数の大きさもほぼ-1と言ってよい。したがって、都市人口については Zipf の法則が極めて高い精度で成立していることが分かる。

図1 都市圏人口 (1975年) と順位の対数散布図



<sup>2</sup> 累積分布の形で表現されることも多いが、本論文ではより簡単な形の方をとった。また本文の設定は“ランクサイズ・ルール”と呼ばれるもので、Zipfの法則とは100%一致する訳ではないのだが、その簡便性を重視してその形式を用いた。この点に

では次に、製造業をデータとして用いて分析を行ってみよう<sup>3</sup>。サイズ変数としては事業所数と従業者数を用いた。表2は製造業分類別および年度別の結果を、そして表3はそれらをパネルデータとして一括推定した結果を載せている。表2からは、i) Zipf 法則は一部の産業を除いて成立していない、ii) べき指数は大きく変動している（特に産業間において）、といった内容が読み取れる。多くの国々で長期間にわたってあれほど強く存在した人口分布の Zipf 法則は、分析の枠組みを小さく（より細かい分類）する

図2 都市圏人口（1994年）と順位の対数散布図

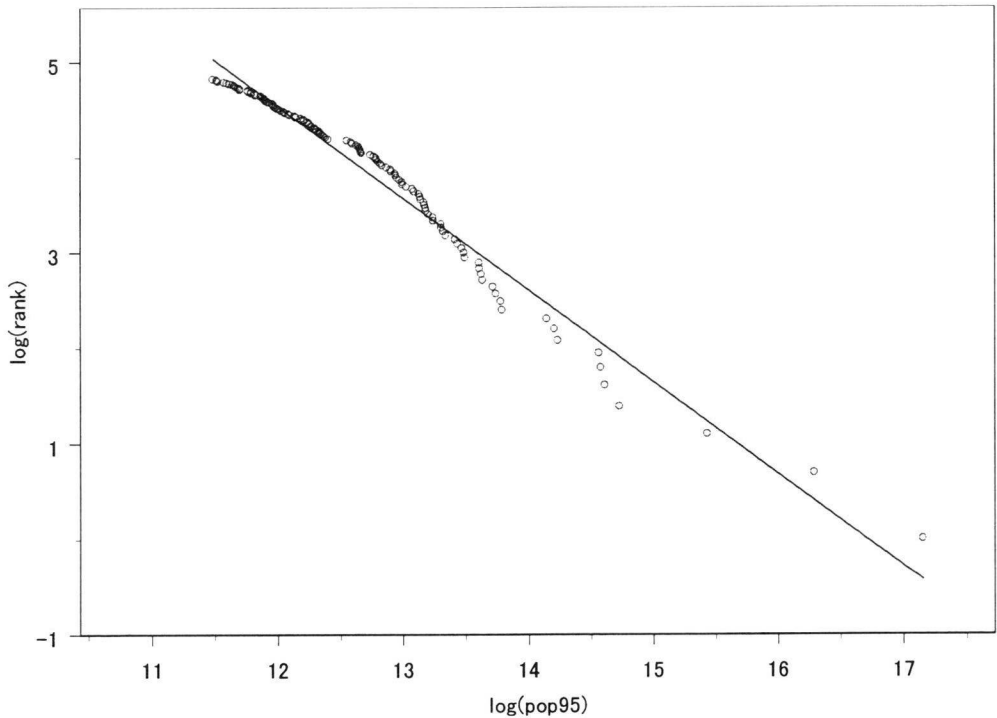


表1 都市圏人口のべき乗指数推定値

年	係数	t-ratio	AR-squared
1975	-0.993	-60.725	0.967
1980	-0.986	-61.541	0.969
1985	-0.978	-62.714	0.970
1990	-0.969	-64.197	0.971
1995	-0.963	-65.298	0.972

関しては Gabaix[1999]を参照のこと。

<sup>3</sup> 産業分類表の中分類で公表されているデータのなかで、一番密度が濃く、比較利用しやすいという理由から製造業データを用いた。

ことでいともたやすく崩れ去った。多くの産業における個別の結果、およびパネルデータ分析（表3）から明らかになったように、指数はおおむね1未満となっているから、これは産業活動が人口分布以上に集中した状況を求められることを改めて示唆していると言える。べき指数の産業間変動も個々の産業に特有な要因（スケール・メリット等）が産業の集積を決めるという点を考慮すれば首肯できる事実だろう。ただ、産業活動の複雑な要因がどう絡み合って、最終的に産業独自の値をもつきれいなべき乗性（時点間では比較的安定している）がもたらされるのかについては、いまだ不明な点が多い。この点に関しては3章の“おわりに”で簡単に言及することにして、ここでは基本的事実である“べき指数の産業間変動”をもう少し量的に把握することを試みる。

表2 都市圏製造業事業所数・従業者数のべき乗推定値

産業分類	事業所数			従業者数		
	年	係数	t-ratio	年	係数	t-ratio
0	1975	-0.918	-33.78	1975	-0.929	-31.95
	1980	-0.897	-31.37	1980	-0.919	-31.63
	1985	-0.891	-32.71	1985	-0.927	-33.18
	1990	-0.906	-33.13	1990	-0.950	-33.64
	1995	-0.932	-32.59	1995	-0.968	-32.80
12	1975	-0.946	-25.56	1975	-0.852	-23.51
	1980	-0.945	-26.02	1980	-0.863	-24.14
	1985	-0.945	-26.02	1985	-0.863	-24.14
	1990	-0.926	-25.07	1990	-0.826	-20.75
	1995	-0.939	-24.52	1995	-0.828	-21.29
14	1975	-0.542	-18.58	1975	-0.643	-16.64
	1980	-0.559	-22.35	1980	-0.631	-17.79
	1985	-0.577	-24.93	1985	-0.627	-19.41
	1990	-0.603	-28.03	1990	-0.647	-19.88
	1995	-0.562	-19.18	1995	-0.599	-14.41
15	1975	-0.042	-0.61	1975	-0.055	-0.69
	1980	-0.117	-1.62	1980	-0.131	-1.52
	1985	-0.189	-2.53	1985	-0.223	-2.68
	1990	-0.217	-2.78	1990	-0.267	-3.30
	1995	-0.218	-2.80	1995	-0.273	-3.36
16	1975	-0.942	-24.44	1975	-1.009	-25.50
	1980	-0.933	-21.22	1980	-0.986	-23.62
	1985	-0.913	-25.31	1985	-0.916	-24.48
	1990	-0.946	-33.49	1990	-0.927	-28.34
	1995	-0.916	-27.26	1995	-0.915	-23.61

注) 産業分類0は製造業1桁コードを指している。その他の産業コードについては付表を参照のこと。またデータの接続の関係から、産業コード13と22はそれぞれ12と21に合併した。

## 都市のべき乗分布

表2 (つづき)

産業分類	事業所数			従業者数		
	年	係数	t-ratio	年	係数	t-ratio
17	1975	-0.799	-24.62	1975	-0.826	-25.50
	1980	-0.816	-28.95	1980	-0.843	-28.42
	1985	-0.837	-42.73	1985	-0.797	-29.73
	1990	-0.826	-41.38	1990	-0.785	-29.47
	1995	-0.843	-36.51	1995	-0.802	-26.56
18	1975	-0.785	-32.12	1975	-0.798	-30.75
	1980	-0.746	-25.90	1980	-0.799	-22.57
	1985	-0.761	-37.47	1985	-0.685	-22.60
	1990	-0.754	-39.30	1990	-0.689	-22.07
	1995	-0.752	-38.01	1995	-0.702	-22.65
19	1975	-0.798	-24.31	1975	-0.750	-32.16
	1980	-0.781	-26.96	1980	-0.737	-36.41
	1985	-0.760	-30.19	1985	-0.695	-35.07
	1990	-0.764	-34.70	1990	-0.705	-38.46
	1995	-0.772	-36.96	1995	-0.717	-36.77
20	1975	-0.757	-21.56	1975	-0.553	-12.89
	1980	-0.750	-18.85	1980	-0.595	-14.64
	1985	-0.786	-23.28	1985	-0.569	-16.91
	1990	-0.813	-23.00	1990	-0.589	-17.04
	1995	-0.806	-22.64	1995	-0.583	-15.82
21	1975	-0.651	-10.18	1975	-0.604	-8.66
	1980	-0.743	-22.72	1980	-0.693	-13.60
	1985	-0.743	-29.02	1985	-0.582	-11.09
	1990	-0.738	-28.59	1990	-0.693	-7.60
	1995	-0.689	-21.70	1995	-0.588	-6.94

表2 (つづき)

事業所数				従業者数		
産業分類	年	係数	t-ratio	年	係数	t-ratio
23	1975	0.087	1.37	1975	0.047	0.45
	1980	0.080	1.06	1980	-0.036	-0.35
	1985	0.042	0.76	1985	0.016	0.22
	1990	0.073	1.10	1990	-0.010	-0.13
	1995	0.116	1.71	1995	0.045	0.53
24	1975	-0.328	-8.60	1975	-0.483	-33.07
	1980	-0.364	-9.95	1980	-0.472	-18.37
	1985	-0.438	-23.94	1985	-0.484	-34.83
	1990	-0.430	-17.41	1990	-0.476	-23.01
	1995	-0.421	-16.56	1995	-0.452	-17.49
25	1975	-0.950	-33.17	1975	-0.906	-22.10
	1980	-0.923	-34.99	1980	-0.855	-21.85
	1985	-0.890	-33.68	1985	-0.790	-22.16
	1990	-0.882	-29.68	1990	-0.796	-23.60
	1995	-0.919	-29.34	1995	-0.807	-23.44
26	1975	-0.801	-21.28	1975	-0.600	-11.04
	1980	-0.787	-22.78	1980	-0.594	-19.76
	1985	-0.815	-23.00	1985	-0.550	-21.59
	1990	-0.818	-22.77	1990	-0.585	-18.76
	1995	-0.831	-24.53	1995	-0.594	-19.35
27	1975	-0.610	-29.75	1975	-0.632	-28.10
	1980	-0.615	-27.22	1980	-0.679	-24.10
	1985	-0.736	-23.68	1985	-0.712	-23.28
	1990	-0.747	-26.18	1990	-0.680	-25.95
	1995	-0.751	-27.86	1995	-0.661	-22.13



## 都市のべき乗分布

表2 (つづき)

産業分類	事業所数			従業者数		
	年	係数	t-ratio	年	係数	t-ratio
28	1975	-0.747	-29.23	1975	-0.767	-19.08
	1980	-0.744	-27.54	1980	-0.746	-20.97
	1985	-0.739	-31.96	1985	-0.703	-15.66
	1990	-0.755	-30.60	1990	-0.733	-16.25
	1995	-0.769	-30.18	1995	-0.721	-15.80
29	1975	-0.695	-30.64	1975	-0.668	-24.00
	1980	-0.683	-28.60	1980	-0.687	-19.67
	1985	-0.646	-24.87	1985	-0.603	-12.93
	1990	-0.673	-24.39	1990	-0.632	-17.24
	1995	-0.688	-25.14	1995	-0.621	-14.31
30	1975	-0.682	-27.34	1975	-0.687	-16.58
	1980	-0.671	-28.27	1980	-0.658	-17.65
	1985	-0.659	-23.25	1985	-0.630	-16.75
	1990	-0.649	-20.76	1990	-0.671	-16.70
	1995	-0.677	-20.35	1995	-0.679	-18.17
31	1975	-0.742	-31.80	1975	-0.552	-19.07
	1980	-0.724	-32.81	1980	-0.562	-14.23
	1985	-0.683	-29.51	1985	-0.499	-17.63
	1990	-0.670	-28.02	1990	-0.500	-22.24
	1995	-0.699	-28.10	1995	-0.534	-24.10
32	1975	-0.675	-16.92	1975	-0.672	-28.80
	1980	-0.695	-18.42	1980	-0.653	-26.04
	1985	-0.714	-24.39	1985	-0.570	-32.90
	1990	-0.704	-28.15	1990	-0.622	-27.44
	1995	-0.745	-24.32	1995	-0.645	-17.61

表2 (つづき)

産業分類	事業所数			従業者数		
	年	係数	t-ratio	年	係数	t-ratio
34	1975	-0.718	-31.68	1975	-0.811	-28.80
	1980	-0.717	-25.73	1980	-0.747	-26.04
	1985	-0.772	-35.00	1985	-0.710	-32.90
	1990	-0.765	-29.60	1990	-0.676	-27.44
	1995	-0.763	-29.09	1995	-0.734	-17.61

表3 パネルデータ分析

事業所数	係数	t-ratio	従業者数	係数	t-ratio
OLS	-0.631	-378.73	OLS	-0.61	-330.122
固定効果	-0.626	-309.52	固定効果	-0.59	-265.462
変量効果	-0.625	-310.60	変量効果	-0.59	-266.76
Hausman= 0.55			Hausman= 5.07		

## 2.2 べき指数の多様性

べき指数の産業間変動を量的に考えるにあたって、まずべき指数の推定値の大きさの分布がいかなるものであるかを把握したい。表4は108個の推定値に関する記述統計であるが、広い範囲にわたって分布している様子が分かる。さらにこの108個の推定値の平均の分布をブートストラップ法によってとらえた結果が表5および図3、4である。なおサンプリングの回数はすべて1000回とした。事業所数・従業者数ともにべき指数の平均は単峰型となっており、“べき指数自体はべき乗分布しているわけではない”ことが判明した。分布幅に関しては、バイアス修正型パーセントイル点から、事業所数・従業者数ともに2.5%~97.5%の幅が0.1になっている。

表4 各推定方式によって求めたべき指数の記述統計

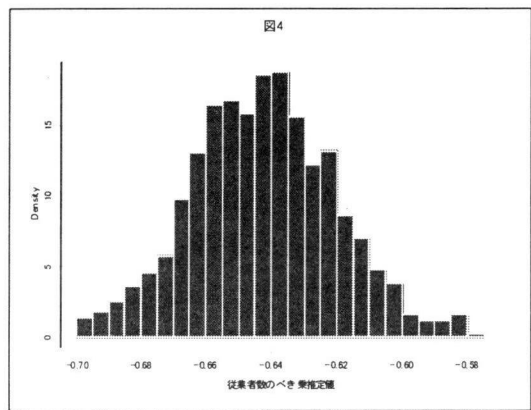
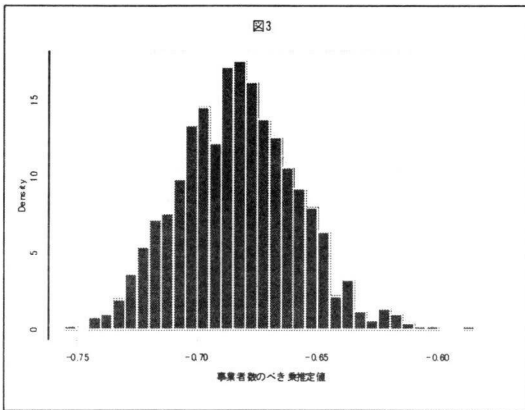
	平均	標準偏差	最小	最大	標本数
事業所数	-0.681	0.244	-0.950	0.116	108
従業者数	-0.642	0.220	-1.009	0.047	108

都市のべき乗分布

表5 OLS、パネル回帰によって求めた推定値のブートストラップ平均とその分位点

	ブートストラップ平均	SE	BCa Percentiles			
			0.025	0.05	0.95	0.975
1) 事業所数	-0.683	0.024	-0.727	-0.721	-0.640	-0.630
従業者数	-0.643	0.022	-0.685	-0.679	-0.606	-0.597
2) 事業所数	-0.671	0.025	-0.719	-0.714	-0.633	-0.624
従業者数	-0.629	0.022	-0.667	-0.662	-0.589	-0.582

1)全サンプル、2)製造業1桁を除く

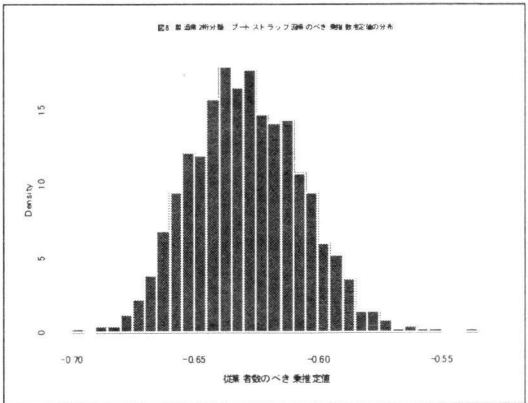
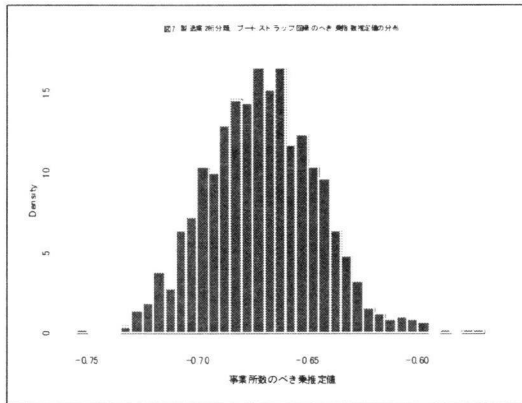
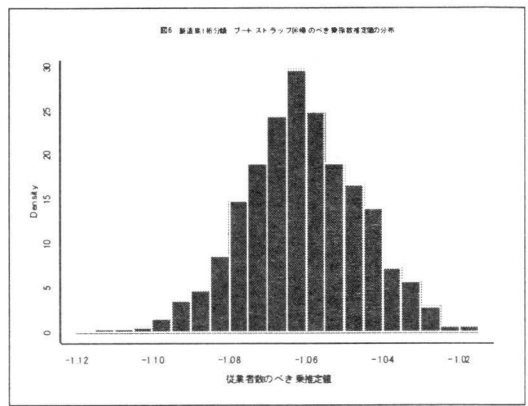
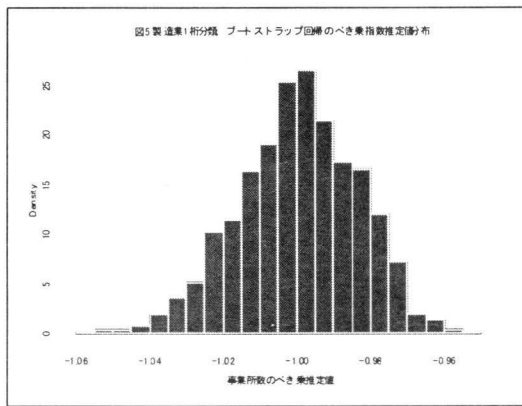


上記の結果は前もって推定から得られた指数の値をリサンプリングするという方法でべき指数の多様性をとらえたのだが、最初の推定の段階でデータをリサンプリングして、その回数に相応する推定値を求めるというより直接的な方法もあり得る。そこでこのブートストラップ回帰を行い、べき指数の分布状況をとらえることも行った。その結果が表6と図5～8である。製造業1桁コードと製造業2桁コードではべき指数に大きな違いがあるので、ここではその二つを分けて回帰を行った。まず、ブートストラップ回帰から求められるべき指数の平均値について見てみよう。OLSの結果と異なり、製造業1桁コードのべき指数が Zipf の法則を満たしている点がまず目に付く。リサンプルという形であるが、標本数の増大は分析に強く影響を与えるのだろうか。これに対し、2桁コードの場合、べき指数は事業所数に関して-0.58、従業者数については-0.55と Zipf 法則から大きく乖離したものになっている。

表6 ブートストラップ回帰によるべき乗指数の推定値と分位点

		BCa Percentiles					
		SE	0.025	0.05	0.95	0.975	
1)	事業所数	-1.000	0.016	-1.042	-1.034	-0.977	-0.974
	従業者数	-1.062	0.015	-1.096	-1.091	-1.041	-1.037
2)	事業所数	-0.588	0.005	-0.598	-0.597	-0.582	-0.580
	従業者数	-0.558	0.005	-0.568	-0.567	-0.550	-0.549

1) 製造業1桁、2) 製造業2桁（ただし13飲料・飼料たばこ産業と33武器製造業は除く）



分布の幅や形状についてはどうであろうか。図5～8からわかるように、べき指数の分布は概ね正規分布に従っている様子が見て取れる。また2.5%点から97.5%点の幅で測った分布の幅は、0.05程度であり、OLS 推定値のブートストラップによって求めた幅に比べれば縮小しているが、ある程度の多様性は存在していることが確認できる。

### 2.3 メタ分析

さて、いままでの分析から明らかなように、べき乗分布の指数は常に“1”であるわけではなく、分析対象によって大いに変動をきたすことが示された。したがって今後べき乗分布の指数を推定するときには、どのような推定環境が、どのような形で推定値に影響を与えるのかが重要となる。そこで最後にそのような目的に資するものとして、べき指数の推定値を推定環境に回帰して、いかなる推定環境が Pareto 法則の推定に有効かを考えてみることにしよう。これは1つのテーマに関して数多くの研究が存在するときに、それらの結果を要約するときによく用いられる手法で、メタ分析と呼ばれている (Stanley [2001])。

推定環境としては、a) 自由度の平方根、b) 資本財産業ダミー、c) 産業分類ダミー、d) データダミーの四つを変数として取り上げた。b) の資本財産業ダミーは、16：木材・木製品製造業（家具を除く）、25：窯業・土石製品製造業、26：鉄鋼業、27：非鉄金属製造業、28：金属製品製造業29：一般機械器具製造業、30：電気機械器具製造業、31：輸送用機械器具製造業、32：精密機械器具製造業をそれぞれ1と置き、それ以外を0とした。c) 産業分類ダミーは製造業1桁分類を1として、2桁分類を0置き、d) のデータダミーはクロスセクションデータの推定値を1とし、パネルデータのそれを0と置いたものとなっている。なお分析結果を分かりやすくするために、従属変数であるべき乗指数はマイナスの部分プラスに、プラスの推定値をマイナスに修正を施したうえで回帰を実施した。

表7にある指定結果からは、従業者数の資本財産業ダミーを除き、ここで取り上げた推定環境がべき指数の推定に影響を与えていることが認められる。自由度の大きさ（正確にはその平方根）はサンプルの豊富さを表しているのだが、それが推定値に与える効果がプラスであるということは、Zipfの法則を調べる際のサンプル数はなるべく多いほうがよいことを意味することになる。資本財産業ダミーからは、これらの産業の規模分布がより大きなサイズに集中する性質をもっていることが分かる。さらに産業分類ダミーからは、集計されたデータになるほどべき乗指数が大きくなる傾向が示されている。

このようなメタ分析の結果から、べき乗指数を求めるのに際して、データ構成に常に注意を払い、出てきた推定結果に対しても、その観点から解釈を行うことの必要性が強く要求されることが分かった。

表7 メタ回帰の推定値

変数	事業所数		従業者数	
	係数	t-ratio	係数	t-ratio
定数項	-2.581	-2.833	-2.366	-2.904
$\sqrt{\text{自由度}}$	0.035	3.522	0.033	3.634
ダミー=1 (資本財産業)	0.073	2.021	0.046	1.331
ダミー=1 (製造業1桁コード)	0.170	3.961	0.245	6.552
ダミー=1 (クロスセクション)	2.924	3.536	2.696	3.657
R-squared	0.223		0.236	

### 3. おわりに

Zipfの法則は、様々な対象（企業所得、都市人口、細胞ネットワーク等）のサイズ分布がいつの時代においても指数1のべき乗分布に従うという極めて美しい統計的事実を表現したものである。その普遍性ゆえに、分野を問わず多くの研究者が、まだ未知なるZipfの法則の発見に従事している。本論文では都市圏製造業データの事業所数と従業者数を用いて、それらのサイズ分布のべき乗性、および指数1の存在を統計的に検証してみた。分析結果から判明したように、都市圏製造業データの事業所数と従業者数のサイズ分布はべき乗分布ではあったが、その指数は1からは大きく隔たっていたし、産業ごとにある程度の変動も観察された。こうしてみるとZipfの法則の“普遍性”も無制限に適用されるわけにはいかないのかもしれない。したがって、様々なサイズ分布に関するべき乗性やZipf性の発見・分類という作業は今後とも続けられてゆくべきであろう。その意味で本論文は現象面を分類・整理するという段階の研究のひとつに位置づけることができる。ただ、今回用いたデータは種類が少なく、べき乗指数を推定するモデルや手法も極めて素朴である点を鑑みれば、更なる改善より求められるといえる。

しかし、サイズ分布に関する研究はこのような現象面の分類整理に留まらず、さらに深い段階の研究が当然必要となってくる。それは、何ゆえ時空を超えた多くの分野においてサイズ分布がべき乗分布（Zipfの法則とまではいなくとも）に従うのかという点である。都市規模の分布については集積に関する外部経済と外部不経済を考慮したHenderson[1974]の古典的モデルが存在するが、残念ながら、このモデルからはべき乗のサイズ分布は求まらない。Simon[1955]が提示した“ランダム成長モデル”は、べき乗分布を再現するが、人口の増減が規模に依存しないという仮定を前提にしているので、都市経済の理論との関係が希薄であり、その意味でKrugmanの言うように“ニヒル”なモデルといえよう（Krugman[1996]）。

ところで数年前から、“小さな世界”という言葉で表されるネットワークの話が注目を集めている (Watts and Strogatz[1998])。自然界や人間の社会を問わず、そこに存在するものは極めて複雑な関係を取り結んでいるが、そのような個々の相互作用を“複数の点とそれをつなぐ線”という構造で表現したものがネットワークという考え方である。相互作用のあり方は i) 完全に秩序だったものと、これとは反対に ii) まったくランダムという両極端の形が過去の現象分析で広く利用されてきた。これに対し Watts と Strogatz は半分秩序だっていて、半分はランダムな相互作用という中間的なあり方を提示した。この相互作用のから求められるネットワークは、どんなに離れた点どうしでもほんの数ステップで到達できる性質を持っている (“小さな世界”)。そして驚くべきことに、その後の研究によって現実に存在する多くのネットワークはこのような小さな世界を有していることが判明したのである。さらに Barabasi と Albert はこのようなネットワークの成長を考え、新しく誕生した点が既存のネットワークのなかで影響力の大きい点と優先的に結びつくという動的相互作用の仮説から、各点のリンク数がべき乗に分布することを発見した (Barabasi and Albert[1999])。

上記のネットワーク理論はさらに競争的環境なども取り入れることによって更なる進化をみせているが、都市変数のべき乗分布の解明という点からは次のこと注目が値するといえよう。それは、先ほど触れた、ミクロの経済理論から都市規模分布を求める Henderson 型のモデルとべき乗分布というマクロの視点から (ミクロの相互作用はランダムという形で) べき乗性を導く Simon 型は一見すると背反的な関係に見えるが、実は融合が可能なのではないかということである。変化をすべてランダム性に求めるという対価を払って分布のべき乗性を手に入れたのが Simon モデルであったが、そのような代償を払わなくとも、ネットワーク性を取り入れることでべき乗性を再現する可能性は十分高いのではないだろうか。ただ、都市で営まれる経済活動が空間性にも大いに依存している事実がある一方、既存のネットワーク理論はまだこの“空間性”を十分に考慮していないのが現状である。したがって、Henderson 型と Simon 型の融合を実現させるに際しても、この点を忘れてはならないと言える。

経済学は自然科学と比較して“科学性”に劣るところがあるとしばしば評される。しかし Zipf の法則とは言わないまでも、サイズ分布のべき乗性という現象が経済変数にも普遍的に存在することは、様々な理論の最終テストとしてサイズ分布のべき乗性が利用できることになり、経済学にある種の“科学性”を付与することになると考えられる。その意味ではこのべき乗分布は今後さらに研究されてしかるべき対象と考えられる。

付表 製造業分類

12食料品製造業	24なめし革・同製品・毛皮製造業
13飲料・飼料・たばこ製造業	25窯業・土石製品製造業
14繊維工業（衣服・その他の繊維製品を除く）	26鉄鋼業
15衣服・（その他の繊維製品製造業）	27非鉄金属製造業
16木材・木製品製造業（家具を除く）	28金属製品製造業
17家具・装備品製造業	29一般機械器具製造業
18パルプ・紙・紙加工品製造業	30電気機械器具製造業
19出版・印刷・同関連産業	31輸送用機械器具製造業
20化学工業	32精密機械器具製造業
21石油製品・石炭製品製造業	33武器製造業
22プラスチック製品製造業（別掲を除く）	34その他の製造業
23ゴム製品製造業	

## 参考文献

- Albert,R., A-L. Barabasi. (2002). “Statistical Mechanics of Complex Networks”. *Review of Modern Physics* 74,47-97.
- Albert,R., H.Jeong, A-L. Barabasi. (1999). “Diameter of the World Wide Web”. *Nature* 401,130-131.
- Aoyama, H, Souma, W.Nagahara, Y.Okazaki, M.P.Takayasu, H.Takayasu.(2000). “Pareto's law for income of individuals and debt of bankrupt companies”. *Fractals* 8, 293-300.
- Black, D, J.V. Henderson. (2003). “Urban evolution in the USA”. *Journal of Economic Geography* 3,343-372.
- Barabasi,A-L., R.Albert. (1999). “Emergence of Scaling in random networks”. *Science* 286, 509-512.
- Champernowne, D. (1953). “A model of income distribution”. *Economic Journal* 63, 318-351.
- Fujita,M., P.R. Krugman, A.J. Venables.(1999). *The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade*,MIT Press, Cambridge.
- Furusawa,C., K.Kaneko. (2003). “Zipf's Law in Gene Expression”. *Physical Review Letters* 90,088102
- Gabaix,X. (1999). “Zipf's law for cities: an explanation”. *Quarterly Journal of Economics* 114, 739-767.
- Gabaix,X., Y.M. Ioannides.(2004). “The evolution of city size distributions,” in: J.V. Henderson, J.-F. Thisse (Eds.),*Handbook of Urban and Regional Economics*, vol. 4, Elsevier, Amsterdam.
- Henderson,J.V.(1974). “The sizes and types of cities”. *American Economic Review* 64, 640-656.
- Krugman,P.R.(1996). *The Self-Organizing Economy*, Blackwell Sci., Oxford.
- Newman,M.E.J.(2001). “Who is the best connected scientist? A study of scientific coauthorship networks”. *Physical*



## 都市のべき乗分布

Review E64 016132

- Okuyama,K.,M.Takayasu,H.Takayasu. (1999). “Zipf’s Law in income distribution of companies”. *Physica A* 269,125–131.
- Simon, H.A. (1955). “On a class of skew distribution functions”. *Biometrika* 42, 425–440.
- Sornette, D., Knopoff, L., Kagan, Y.Y., Vanneste, C. (1996). “Rank-ordering statistics of extreme events: application to the distribution of large earthquakes”. *Journal of Geophysical Research* 101, 13883–13893.
- Stanley,T.D.(2001). Wheat from chaff: Meta-analysis as quantitative literature review, *Journal of Economic Perspectives*15,131–150.
- Watts,D.J., S.H.Strogatz. (1998). “Collective dynamics of ‘small world’ networks”. *Nature* 393,440–442.
- Zipf,G.K.(1949). *Human Behavior and the Principle of Least Effort*, Addison–Wesley Press, Cambridge, MA..
- 徳岡一幸 (1991) 「日本の大都市圏 香川大学経済学部研究年報」、30、139–210頁.