

# ベイズ推定を用いた実験・シミュレーション融合による 段ボール特性の高精度評価に関する研究

東洋大学大学院工学研究科機能システム専攻 46A0131001 島村雅彦

第 1 章「序論」では、本論文における研究の技術的背景を述べる。まず、産業分野の設計等における数値シミュレーションの重要性を述べる。そして、数値シミュレーション解析を実用に供するためには、物性値を正確に与える必要があることを述べた上で、対象とする材料次第では実験から逆解析的に物性値を求めることとなるが、実験値にはばらつきが含まれるため、このばらつきの平均値等を利用して逆解析的に物性値を求めたとしても解析結果と測定値とで合わない問題について言及する。本論文では、これらの問題を解決する新たな方法として、

- ・実験と数値シミュレーション解析の融合による物性値の逆解析手法
- ・ベイズ推定を利用して物性値に含まれるばらつきを確率的に表現する確率的評価法
- ・ベイズ推定の確信区間を利用した解析結果の精度を保証する妥当性検証

を提案する。その実用例として、形状が複雑であり、物性値が明らかでない段ボールの曲げ特性を取り上げることについて述べる。最後に、本論文の構成を示す。

第 2 章「均質化法とベイズ推定の概要」では、本論文で用いる均質化法と、確率的評価法で用いるベイズ統計学の理論や既存の研究等について述べる。

まず、段ボールのような複雑な構造物を対象とする数値シミュレーション解析でしばしば用いられる均質化法の概要について述べ、均質化理論の定式化を示す。本論文は、段ボールの物性値を逆解析で求めるが、段ボールが異方性を有するために物性値の同定が困難となることについても述べる。ベイズ統計学に対しては、従来の統計的手法である頻度統計学と比較してその特徴やアルゴリズムの相違点を述べた上で、ベイズ統計学の特徴として、事前分布の利用により、少ない観測データで精度良く推定することができることを述べる。さらに、すべてのパラメータを確率密度分布で表すことができるために、ベイズ推定の特徴が本提案の確率的妥当性検証に有効であることについて述べる。

第 3 章「段ボール構造の性質と問題設定」では、本論文における研究の実用例に挙げた段ボールについてその構造や性質および設計法の概要を述べた上で、設計の問題点について既存の研究を中心にレビューし、数値シミュレーション解析の必要性を述べる。

次に、本研究で取り扱う段ボールの基本的構造が、波形状に形成された中芯(Corrugated medium)にライナ(Liner)と呼ばれる 2 枚の平板を貼合した構造であることを示し、段ボールが異方性材料で抄紙方向（波に沿う方向）と（それに）垂直方向で強度特性が異なることを述べる。次に、段ボールを設計する際に利用される各種の試験方法について、規格を中

心にレビューし、これらの試験を利用した段ボール箱と緩衝材の設計方法を具体的に示す。その中で、設計の際に利用される強度の算出式が一部の段ボール箱に留まっていることや試行錯誤に依存した設計の不効率性を示すことで、段ボールの設計段階における数値シミュレーション解析の必要性を明らかにする。そして、段ボールの中芯とライナを個別にモデル化する詳細モデルに対して有限要素法を適用することで生じる計算コストや計算時間といった実用性の問題や簡易モデルを用いて解析を行う際の解析精度の問題点を具体的に示す。その一例として Fig. 1 にはこの詳細モデルを用いて曲げ解析を行った先行研究の例<sup>1)</sup>を示す。この解析では、要素は4節点シェル要素、材料モデルは段ボールが異方性を有することから直交異方性弾性体を用いて、材料特性を原紙の圧縮試験から同定しているが、Fig. 1 に示されているように線形範囲であっても荷重-変位特性は実験値と解析結果に誤差が生じている。このように、解析の難易度が高い問題を扱うことで本論文の提案手法の有効性を示していくことを述べている。

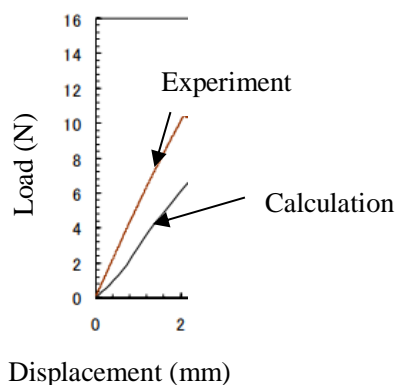


Fig. 1 Elements on larger scale of between calculated and found value of bending strength by bending test<sup>1)</sup>

第4章「実験と均質化法の融合による数値解析の提案」では、実用例として取り上げる段ボールに対して均質化法を適用するために段ボールの剛性と等価な弾性係数（ここでは調整済み弾性係数と呼ぶ）を均質化法により逆解析的に算出する方法を述べ、調整済み弾性係数の有用性を解析結果と測定値を比較し検討する。先立ってまず、逆解析で必要となる目標値を定めるための段ボールの曲げ特性を得るための試験方法を述べる。次に、段ボールの均質化モデルについて、中芯の一周期に相当する部分をモデル化したマイクロモデルと試験片をソリッド要素でモデル化したマクロモデルについて述べる。マイクロモデルに対しては、ライナと中芯の弾性係数を変数として扱い、マクロモデルに対しては、マイクロモデルの座標系を考慮して抄紙方向と垂直方向の境界条件の設定方法を示す。そして、異方性による材料特性の違いによる抄紙方向と垂直方向の解析結果の変位勾配を利用した弾性係数-変位応答を利用した調整済み弾性係数の算出方法を述べる。Fig. 2 に、抄紙方向と垂

直方向の弾性係数-変位応答の変位勾配を利用した調整済み弾性係数の座標を示している。調整済み弾性係数の有用性を、均質化法の弾性係数に調整済み弾性係数を用いて解析を行った結果と試験値を比較することで検討した。Fig. 3に解析結果と試験値の比較を示す。その結果、解析結果と試験値は概ね一致した結果が得られた。また、第3章で引用した既存の研究(Fig. 1 など)と比較し、より精度良く解析できていることから本提案手法の有用性を示した。その上で、逆解析の問題として求めた物性値には測定値のばらつきの影響が避けられず、物性値のばらつきを推定し解析結果を定量的に示すことの必要性を述べて5章に展開する確率的妥当性検証に繋げている。

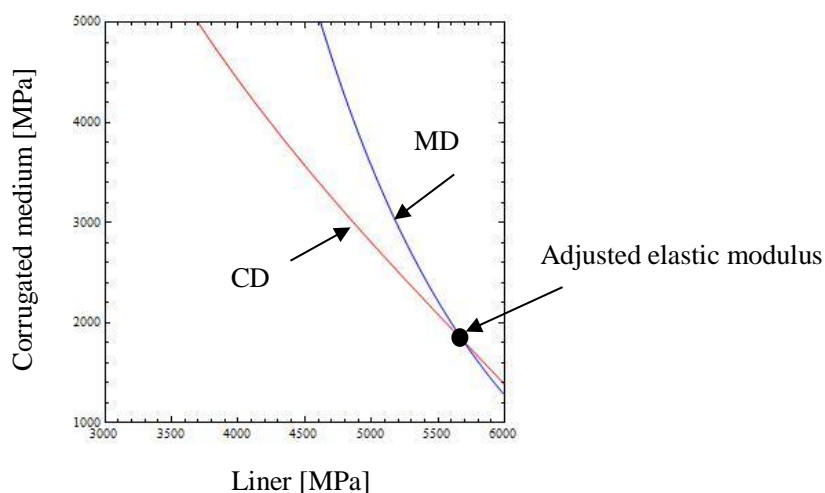


Fig.2 Coordinate axis of adjusted elastic modulus

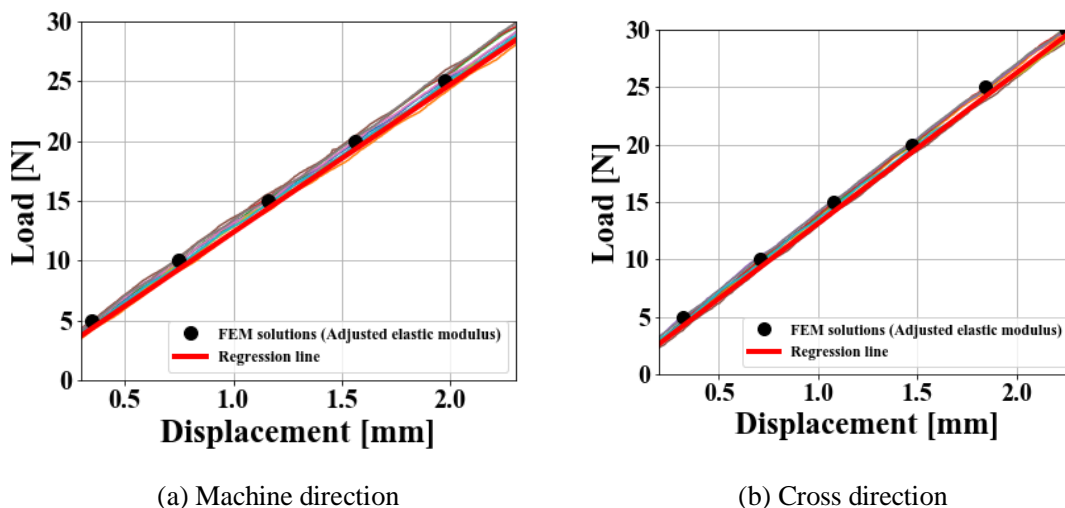


Fig. 3 Comparison homogenization method and observation values and regression. Each line shows measurement values in each experiment

第 5 章「ベイズ推定を用いた確率的妥当性評価法」では、第 4 章で求めた調整済み弾性係数に含まれる測定値のばらつきをベイズ推定により推定する確率的評価法および解析結果の定量的評価法について述べる。最初に、事前分布とは、推定の対象となるパラメータに関連する事前の情報であることを示す。さらに、事前分布に対する情報量の多さにより、少ない観測データで精度良く推定できることを述べる。ここでは、事前分布の中央値として第 4 章で求めた調整済み弾性係数を用いることで、精度の良い推定を可能としている。さらに、事前分布にハイパーパラメータを設けて事前分布を階層型とすることで事前分布の推定精度が上がることを示すためにベイズモデルと階層型ベイズモデルを比較し検討する。Fig. 4 にベイズモデル、Fig. 5 に階層ベイズモデルから推定した事後分布を示す。Fig. 4, 5 より、ベイズ推定を用いることで、調整済み弾性係数を確率密度分布として推定できることを示した。また、Fig. 4, 5 を比較し Fig. 4 に示すベイズモデルから推定した事後分布は、調整済み弾性係数に含まれるばらつきが広範囲に分布しており、分布形状からばらつきを精度良く推定できているとは言い難い結果が示された一方で、Fig. 5 に示した事後分布の全体形状は、広範囲に分布することなく、調整済み弾性係数のばらつきを表している。また、ばらつきの頻度が高い分布形状も正確に推定できている。以上より、本研究で階層型ベイズモデルを用いることの優位性を示した。次に、事後分布から求めた確信区間を均質化法の弾性係数に利用して測定値のばらつきを考慮した解析結果の定量的評価法について述べる。95%確信区間の上下限界を用いて解析した結果を Fig. 6 に示す。上下限界を用いた解析結果が試験結果を内包しており、提案手法によってばらつきを含んだ解析結果の妥当性を定量的に評価できることを示した。

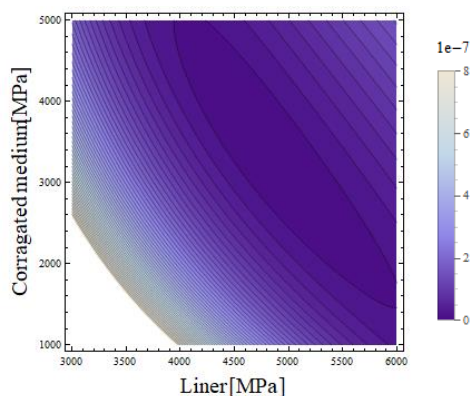


Fig.4 Posterior distribution estimated from Bayes model

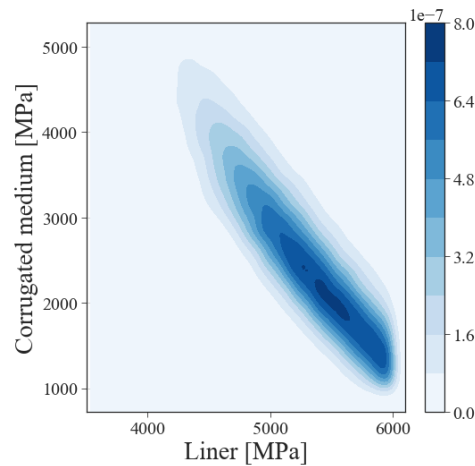


Fig.5 Posterior distribution estimated from hierarchical Bayes model

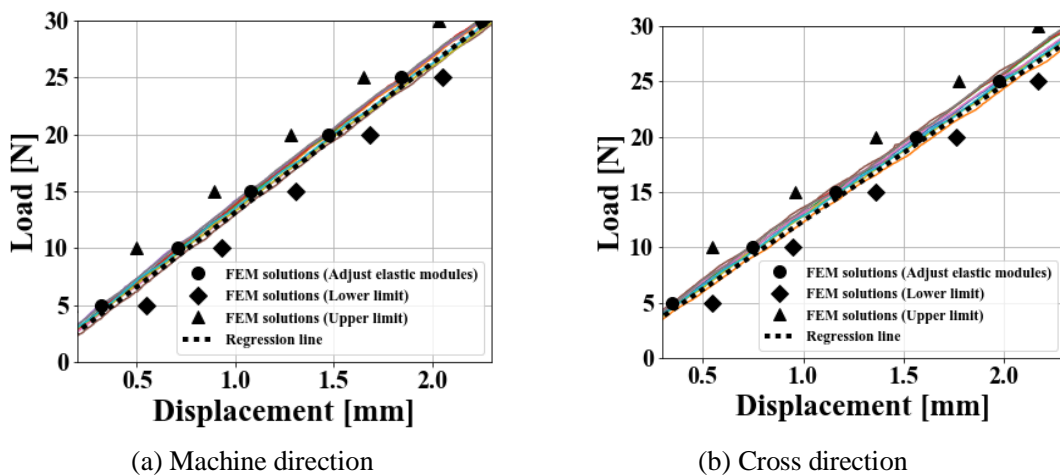


Fig. 6 Validation of estimated elastic modulus. Each line shows measurement values in each experiment

第 6 章「結言」では、実験と数値シミュレーション解析を融合した、物性値が未知の対象物についての新しい解析方法と、ベイズ推定を利用した物性値に含まれるばらつきの確率的評価法および確信区間を利用した解析結果の妥当性検証法を提案し、従来、解析が難しいとされた段ボールの曲げ特性を例に本提案手法の有効性を示したことを改めて述べ、本論文の結言としている。

【参考文献】

- 1) 立体紙製品の構造解析に関する研究 (第 4 報), 川島義隆, 横山貴広, 岩田靖三, 野口哲司, 原田匡人, 梅津康義, 松井和己, 手塚明, 岐阜県生産情報技術研究所報告 第 5 号