マルチスケール法による土壌水分移動パラメータの推定法

関　勝寿*

Estimation of hydraulic parameters with multi-scale parameterization method

Katsutoshi Seki*

Abstract

Estimation of hydraulic parameters is important for describing water movement in soil. Determination of hydraulic parameters in laboratory is time consuming, and therefore estimation of hydraulic parameters directly from monitored change in water content is practically very helpful, although difficult. This paper summarizes the result of Seki et al. (2015) for such challenge in Japanese. We estimated the hydraulic parameters of Brooks-Corey and Mualem model using the monitored soil water changes at two depths and rainfall intensity of two soil plots in a tropical rain forest in Indonesia. The measured and simulated volumetric water contents with the optimized parameters showed good agreement for one plot but the agreement was not very good at another plot. More research is required to assess the applicability and limit of this method.

Keywords：Hydraulic parameter, Inverse modeling, Refinement indicator

1. 序論

地球規模の気候変動のシミュレーションで、土壌水分量の測定と予測の重要性が増している。土壌水分量変化を予測するためには、土壌中の水分移動パラメータ（水分特性曲線と不飽和透水係数）を適切に与えることが必要である。土壌中の水分移動パラメータは、現場で土壌試料を採取したサンプルを実験室に持ち帰って測定されるが、測定には専門的な技術が必要で、労力がかかる。そこで、近年測定が増えている自然の土壌水分データか

*）東洋大学自然科学研究室　112-8606　文京区白山 5-28-20
Natural Science Laboratory, Toyo University, 5-28-20, Hakusan, Bunkyo-ku, Tokyo, 122-8606

ら、逆解析によって土壌中の水分移動パラメータを推定することができれば便利であるが、現場における水分移動は複雑であり、精度良くそのような推定をすることは困難である（Vereecken et al., 2008）。特に、土壌が多層構造となっている時には、推定する土壌水分移動パラメータの数が非常に多くなるために、良い推定値を得ることは難しい。難しいながらも、限られた現場の測定値からより良い推定値を得る方法を確立したい、というのが本研究の動機である。

前報（関, 2015）では、そのような研究例として、大域的探索法を使う方法（Ritter et al., 2003）、パラメータ空間の事前確率分布情報を利用する方法（Scharnagl et al., 2011）、推定するパラメータの個数を段階的に増やすマルチスケール法（Hayek et al., 2008）があることを紹介した。本報では、マルチスケール法による土壌水分パラメータの推定法を、著者が現場の測定データで検証した論文（Seki et al., 2015）を、要点をしぼって日本語で解説する。

2. 方法

2.1　試験区と土壌の性質

インドネシアのボルネオ島、ブキット・バンキライの熱帯雨林で測定された土壌水分変化と降水量の変化（Seki et al., 2010）を解析に用いた。ブキット・バンキライは赤道の近くで、年平均気温が28℃、年間降水量が2500 mm程度の熱帯雨林気候である。この研究では、２つの調査区、すなわちHD区とK区における、それぞれ２つの深さの土壌水分変化と降水量変化のデータを用いた。土壌断面図をFig. 1に示す。また､Seki et al.(2010)に、土壌の物理性（土性、三相分布、飽和透水係数、水分特性曲線、撥水性）と化学性（pH、EC、全炭素、全窒素）のデータが掲載されている。HD区では、ルートマットの下に、白い石英砂の層があり、その下には砂壌土の層がある。K区（K1ピット）では、ルートマット層の下は砂質粘土壌土の層で、HD区のような明瞭な土層境界は60 cmまで見られなかったが、下層の方が徐々に粘土の含有率が高くなっている。

土壌水分量は、Fig. 1に示されているように、HD区とK区でそれぞれ２つの深さにおいて、FDRプローブ（Decagon Devices 社のECH$_2$Oセンサー EC-10）によって、2005年９月末から2006年８月まで連続的に測定した。HD区では、雨量計により降水量を連続的に測定したが、装置の故障により、2005年の12月までのデータしか得られなかった。

2.2　支配方程式と有限要素法による順解析

鉛直一次元の水分量ベースのRichards式（Richards, 1931）は、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}\left[K(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1\right)\right] = 0 \qquad (1)$$

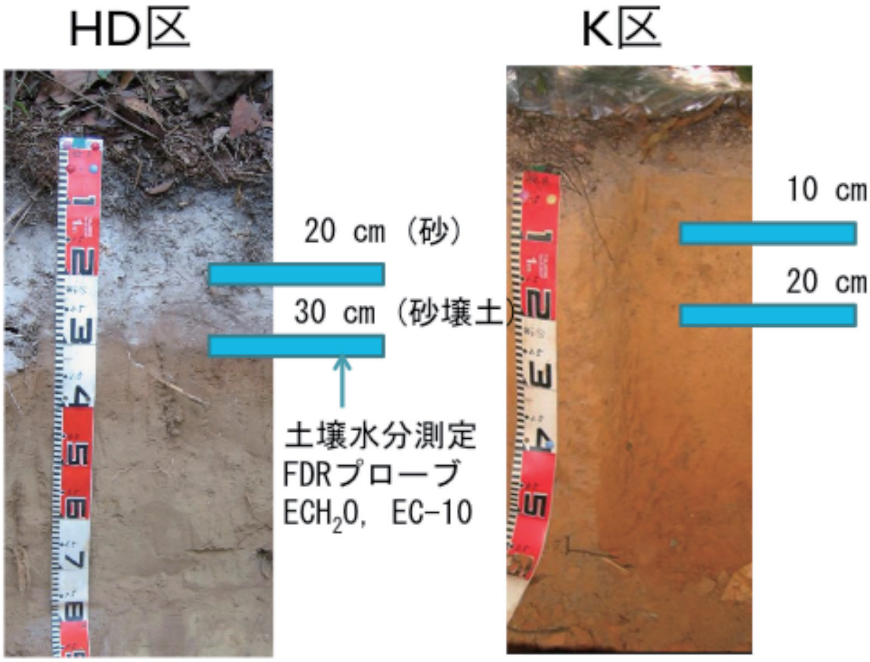

Fig. 1：Soil profiles and depth of soil moisture sensors.

ここで、θ は体積含水率［L^3/L^3］、hは土壌水の圧力水頭［L］、Kは不飽和透水係数［L/T］、zは地表面からの深さ［L］、tは時間［T］である。ここで、θ とKをそれぞれhの関数 θ(h)およびK(h)として表記した時の不飽和水分モデルのパラメータが、土壌水分移動パラメータである。

式（1）を、標準的なガラーキン法による有限要素法解析により、後述の初期条件と境界条件を設定して、ストラスブール大学でLehmannとHayekが開発したFortranプログラム（Lehmann and Ackerer, 1997；Hayek et al, 2008）によって陰解法によって解いた。

Richards式を解くためには、水分特性関数 θ(h)と不飽和透水係数K(h)の関数が与えられる必要がある。ここでは θ(h)としては、Brooks and Corey（1964）の式

$$\begin{cases} S_e = \dfrac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r} = (-\alpha h)^{-n} & \text{if } h < -1/\alpha \\ S_e = 1 & \text{if } h \geq -1/\alpha \end{cases} \quad (2)$$

を用いた。ここで、S_eは相対含水率で、体積含水率 θ を飽和体積含水率 θ_sと残留体積含水率 θ_rによって変換した値である。α［L^{-1}］とn［－］は水分特性曲線の形を決めるパラメータで、$1/\alpha$ は空気侵入値である。K(h)の式としては、Mualem（1976）の式にBrooks and Coreyの式を代入したこの式を用いた。

$$K = K_S S_e^{\frac{2}{n}+\lambda+2} \tag{3}$$

ここで、λ［－］はMualemが多くの土壌で0.5であるとしたパラメータであり、van Genuchtenはこの値を0.5として計算している。λは多くの場合0.5の定数として計算されるが、負の値として計算する方が良いという研究報告もあり、変数として最適化されることもある。

Brooks and Coreyの式よりはvan Genuchten(1980)の式の方がよく用いられているが、van Genuchtenの式では、特に細粒土において飽和に近い領域で不飽和透水係数の変化がとても急激になり、計算が安定しにくいという問題がある。そのため、van Genuchtenの式に空気侵入値を導入した修正van Genuchten式（Vogel and Cislerova, 1988）が用いられることもある。本研究では、計算の安定化のために、すでに空気侵入値が導入されていて簡潔な式で表されているBrooks and Coreyの式を用いた。

2.3　計算領域

高さ100 cmの鉛直一次元の座標系を計算領域とした。上部50 cmを0.5 cm刻み、下部50 cmを1 cm刻みのメッシュを作り、合計151個のノードを作成した。後述するように、深さごとに複数の領域に分けて、領域ごとに土壌水分移動パラメータを設定した。式(2)(3)のBrooks and Corey－Mualemモデルに含まれる土壌水分移動パラメータは、θ_r, θ_s, α, n, K_s, λの6個となり、領域の数をnz個とすると、すべてのパラメータを並べたパラメータベクトル**p**は、**p**＝（θ_{r1}, θ_{s1}, α_1, n_1, K_{s1}, λ_1, ..., θ_{rnz}, θ_{snz}, α_{nz}, n_{nz}, K_{snz}, λ_{nz}）＝（p_1,…, p_m）となる。ここで、m＝6nzである。

2.4　初期条件と境界条件

初期条件は、非常に乾燥していたためすべての深さで圧力水頭－10000 cmとした。上部境界条件はノイマン型の時間変化フラックス境界条件、下部境界条件はゼロ動水勾配の自由排水とした。すなわち、

$$-K(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z}-1\right)=q(t) \quad \text{with } z=0\text{ cm} \tag{4}$$

$$\frac{\partial h}{\partial z}=0 \qquad \text{with } z=100\text{ cm} \tag{5}$$

ここでq(t)は設定したフラックス［L/T］であり、降水期間は測定された降水量を設定し、降水がないときには気象条件からPenman-Monteith式で計算した最大可能蒸発速度－3.7 mm/dayを設定した。ただし、表面の圧力が最小圧力水頭h_A＝-10^5 cmとなったときには圧力一定条件として、h_A以下の圧力とならないようにした。

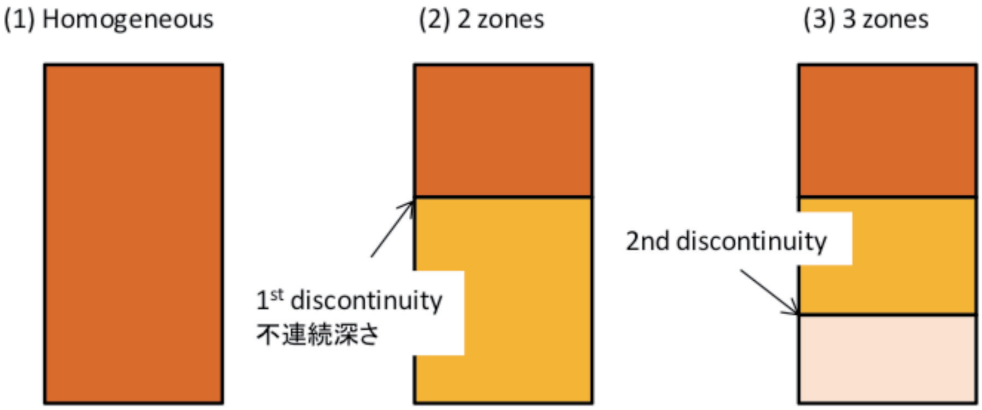

Fig. 2：Increasing heterogeneity step by step with multi-scale parameterization method (Seki et al., 2015).

2.5　逆解析とマルチスケール法

水分量あるいは圧力、またはその両方が測定されている時に、その測定データと順解析で得られたデータとの差の２乗和を目的関数O(**p**)とする。O(**p**)を最小化するようにパラメータベクトル**p**を最適化する逆問題解析は、レーベンバーグ・マルカート法で解くことができる。

マルチスケール法（Hayek et al., 2008）は、最初は全層が均一の条件（１層モデル）でパラメータを逆解析によって最適化し、不連続深さを決めるために、深さごとに改良指数を計算して、改良指数が一定値以上の深さを不連続深さの候補として、順次不連続深さを決定して２層モデル、３層モデル、と層を増やす手法である（Fig. 2)。Fig. 2において（１）の１層モデルから（２）の２層モデルへ移る時に、深さiを不連続深さとして設定した時のパラメータp_kの改良指数$I_{k,i}$は、上層部（Z_1）のみ、あるいは下層部（Z_2）のみのパラメータp_kを変化させたときの目的関数O(**p**)の変化として、このように定義される。

$$I_{k,i}=\left|\sum_{i\in Z_1}\frac{\partial O(p^{1*})}{\partial p_i}\right|=\left|\sum_{i\in Z_2}\frac{\partial O(p^{1*})}{\partial p_i}\right| \tag{6}$$

ここで、p^{1*}は１層モデルにより最適化されたパラメータである。この改良指数が大きいことは、効率良く目的関数を変化させることができることを意味する。すなわち、より改良指数が大きい深さで分割する方が、より目的関数を最小化させやすいと期待される。

ここで、パラメータごとの改良指数によってパラメータごとに最適な分割深さが決定されるため、パラメータベクトル**p**の要素数m個の最適分割深さが存在する。そこで、パラメータベクトル**p**に対する改良指数に相当する多次元改良指数を、次のように計算する。深さiの分割におけるパラメータp_kに対する改良指数を$I_{k,i}$としたときに、無次元改良指数を$D_{k,i}=I_{k,i}/max_j I_{k,j}$と定義し、多次元改良指数$\Gamma_i$を

$$\Gamma_i = \sum_{k=1}^{m} D_{k,i} = \sum_{k=1}^{m} \frac{I_{k,j}}{\max_j I_{k,j}} \tag{7}$$

とする。そして、無次元多次元改良指数DMI（Dimensionless multidimensional indicator）を

$$DMI_i = \frac{\Gamma_i}{\max_j \Gamma_i} \tag{8}$$

とする。DMIが一定値τ（この研究では$\tau = 0.95$としている）よりも大きい深さについて、それぞれの深さを新しい不連続深さとして新しい成層モデルにおけるパラメータの最適化をして、目的関数が最小となるような深さを不連続深さとして確定する。

このようにして、１層モデルによってパラメータの最適化をして、最適な不連続深さ（第１不連続深さ）を決めて２層モデルによる最適化をして、さらに２層モデルから得られる最適な不連続深さ（第２不連続深さ）を決めて３層モデルによる最適化をして、といった繰り返しにより、次第に分割の数を増やしていく方法が、マルチスケール法である。パラメータの自由度を段階的に増やすことで、安定した計算ができるようになる。計算の終了条件（何層モデルまで計算を進めるか）としては、最大の層の数を定める方法（たとえば、測定点数を最大の層の数とする）、目的関数の値あるいは変化率の基準値を定める方法、そしてAIC（赤池情報量規準）やBIC（ベイズ情報量規準）のような規準を使う方法がある。

Seki et al.（2015）では、Hayek et al.（2008）のオリジナルのマルチスケール法から、２つの点を改良している。１つ目の改良点は、土性が上層と下層で大きく異なるHD区では、１層モデルにおける推定で、２つの深さの水分量測定値がある中で、上部の１深度の水分量のみを用いて最適化したことである。２つの深さの水分量を同時に最適化するというオリジナルな方法では、１層モデルの段階で非現実的な推定値が得られてしまうためである。その値は２層モデルに進んだときに現実的な値になるから問題無い、というのがオリジナルのマルチスケール法であるが、最初の段階でなるべく現実に近い値に最適化する方が良い推定ができるのではないか、と考えてこの手法を用いた。ここで、オリジナルのモデルを第１作戦、改良した手法を第２作戦として、それぞれを比較した。

２つ目の改良点は、パラメータごとの改良指数を用いて、自由度の増加をさらにゆっくりとさせたことである。これをSRP法と名付けた。改良指数の計算では、パラメータごとの改良指数が計算され、その値が大きいパラメータの方が、目的関数変化に対する寄与が大きい。そこで、パラメータを改良指数の順番に最適化した。たとえば、第１不連続深さにおける改良指数の大きさが$\theta_s > \theta_r > n > \alpha > K_s$のときに、２成層モデルの最適化を（１）$\theta_s$の最適化（$\theta_r$, n, α, K_sは定数とする）、（２）（θ_s, θ_r）の最適化、（３）（θ_s, θ_r, n）の最適化、（４）（θ_s, θ_r, n, α）の最適化、（５）（θ_s, θ_r, n, α, K_s）の最適化のように５段階とした。

2.6　初期パラメータ

初期の土壌水分移動パラメータには、実測値（IP1）とPTFによる推定値（IP2, IP3, IP4, IP5）の５種類を設定した。IP1は実験室で測定した土壌水分特性曲線から、SWRC Fit（Seki, 2007）によってBrooks and Coreyパラメータを求めたものである。IP2～IP5は、比較的データを得やすい粒径分布、乾燥密度、有機物含量のデータから土壌水分移動パラメータを推定するPTF（ペドトランスファー関数）を用いた。実際には、PTFは欧米の土壌からモデルが作られているため、本研究のインドネシアの土壌にはよく適合せず、IP2～IP5の値はIP1とはかけ離れた非現実的な値であった。このような非現実的な値を初期値として用いた理由は、計算の頑強性の試験をするためである。すなわち、現実的には土壌水分移動パラメータの測定値がないことがあり、性質の良くない初期値からも良い推定値が得られるような計算の頑強性が実用的には要請される。

3. 結果

3.1　パラメータの推定

詳しい結果はSeki et al.（2015）に公表されているので（補足データを含めて図14枚、表７枚）、本報では結果の一部を示すこととする。まずは、全層が均一の１層モデルによるパラメータの推定をした。６個のパラメータの中で、$\lambda=0.5$を固定して残りの５つのパラメータ（K_s, θ_s, θ_r, α, n）を最適化し、その後に６個のパラメータをすべて最適化した。５個のパラメータを最適化する方法について、12種類のパラメータ推定方法による比較をした。すなわち、５個のパラメータをすべて同時に最適化する方法と、５個のパラメータの中でいくつかのパラメータだけを最初に最適化してから、５個のパラメータを同時に最適化する２段階の方法を比較した。たとえばK区において、５個のパラメータを同時に最適化したときには目的関数$O(\mathbf{p})$が124となったが、θ_sとαを最初に最適化してから、５つすべてを最適化したところ、$O(\mathbf{p})$が114となり、より良い推定値が得られた。

１層モデルの計算から、深さごとのDMIを計算した結果がFig. 3である。ここで、HD区については、第１作戦の結果が示されている。このように、K区においては深さ10 cmと20 cm、HD区においては深さ20 cmと30 cmでそれぞれ含水率の測定していたが、その測定点の間でDMIが高くなった。そして、不連続深さとして、測定点を除いて５cmごとで、DMIが$\tau=0.95$よりも大きくなる点を選んだところ、K区では15.25 cm（深さ15 cmと15.5 cmのノードの間）、HD区では25.25 cmとなった。この不連続深さを用いて、K区とHD区それぞれで２層モデルによる最適化をした。K区においては、上層（０～15.25 cm）と下層（15.25～100 cm）それぞれについて１層モデルで得られたパラメータを初期値として、SRP法でλを除く10個のパラメータを最適化した。ここで、他の２つの手法と比較したところ、SRP法の目的関数が最小であった。次に、λを加えた12個のパラメータを最適化した。HD区については、第１作戦と第２作戦によって計算をしたところ、第２作戦の方が

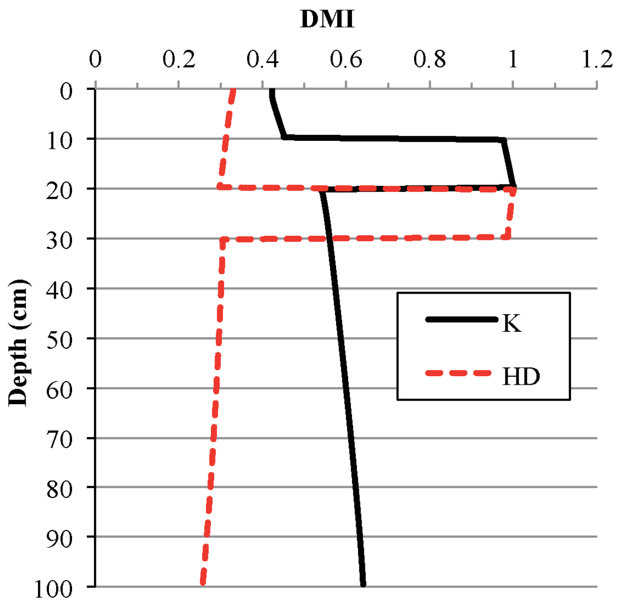

Fig. 3. Dimensionless multi-dimensional indicator (DMI) used to detect the first discontinuity of the K plot and the HD plot (Seki et al., 2015).

目的関数が小さくなったため、第２作戦を採用した。ここで、第２作戦では１層モデルにおいて上層のみの水分量を利用しているため、DMIの計算が意味をなさない。そのため、深さの判定では第１作戦で得られたDMIを利用した。

２層モデルによって得られた土壌水分移動パラメータを用いて計算された土壌水分量と、実測された土壌水分量を比較したところ、HD区では計算値が実測値をある程度再現できた（Fig. 4）。一方、K区ではあまり良い一致をしなかった。特に、50日から75日までの間の降雨に対する応答が実測値と計算値とで大きくずれが生じた。

マルチスケール法によって３層モデル以降の計算をした結果については、本報では割愛する。

3.2　初期パラメータの影響

ここまでは実測した初期値（IP1）を用いた結果を示したが、PTFによって得られたパラメータ（IP2～IP5）を初期値として用いたパラメータ推定値との比較を次に示す。Fig. 5に、HD区における推定された土壌水分移動パラメータから描いた土壌水分特性曲線を示す。中～低水分領域においては、それぞれの推定された曲線に良い一致が見られた。ただし、下層において推定された曲線と実測値が大きくずれているが、これは、現場で採取した深さ20～30 cmの土壌では、砂から砂壌土へと層が変わるため、両層の平均的な値が測定されたためであるという可能性がある。また、HD区においては、Fig. 4にIP2～IP5の計算値を書き込むとほぼ同様の結果となった。このことから、異なる初期値から同等に良

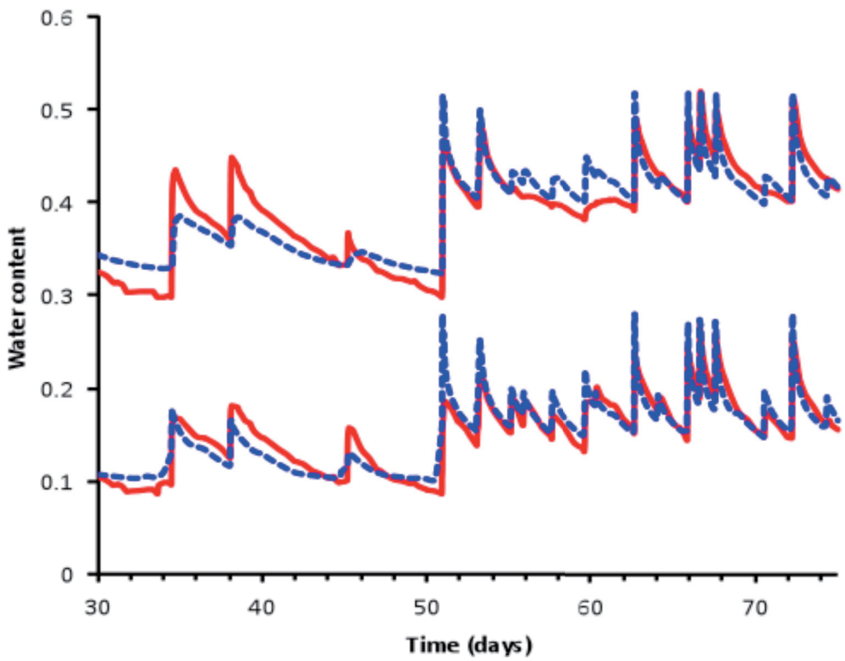

Fig. 4：Measured (solid red line) and simulated (dotted blue line) water content of HD plot (Seki et al., 2015).

い推定値が得られるという計算の頑強性が示された。すなわち、HD区においては、本手法による土壌水分パラメータの推定が有効であった。

一方、K区においてはFig. 5と同様の図を作成したところ初期パラメータによるばらつきが大きく、Fig. 4と同様の図でも実測値と計算値でずれが生じたこととあわせて考えると、十分に良い推定ができたとは言えない。

4. 考察

HD区では良いパラメータの推定ができたものの、K区において十分に良い推定ができなかった原因について、以下の可能性がSeki et al.（2015）で議論されている。これらの要因について改良をすることで、より良い推定をできる可能性がある。

（1）土壌の撥水性によって不均一流が発生していた可能性があること。不均一流は二次元モデルやdouble continuum approach（Kordilla et al., 2012）によってモデル化されるが、本研究の一次元モデルではうまくシミュレートできない。
（2）圧力水頭の測定をしていなかったこと。
（3）降水量がHD区で測定されていたため、1 km離れたK区では一致していなかった可

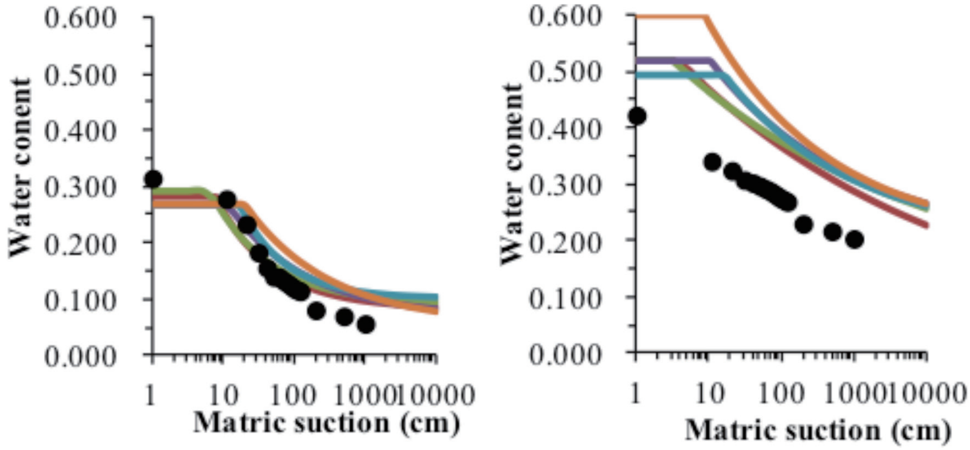

Fig. 5：Estimated water retention curves of HD plot with initial parameters that were measured (red line) and PTF estimated (other lines). Left：Upper zone, Right：Lower zone. Closed circles are measured data (Seki et al., 2015).

　能性があること。

（4）気象条件（気温・湿度）が測定されていなかったこと。

（5）ルートマット層における根の水分吸収がモデルに入っていないこと。

（6）土壌表面におけるクラストの形成を考慮していないこと。

（7）土壌水分特性曲線のヒステリシスを考慮していないこと。

（8）FDRセンサーのキャリブレーションについては、本研究では土壌試料ごとのキャリブレーションをしているが、一般的なキャリブレーション式を使うと誤差がより大きくなる。

　このような情報を、より正確な測定により得ることができれば、さらに推定されるパラメータの信頼性は向上するであろう。測定できない時には、新しいパラメータを導入してそのパラメータを推定することもできる。ただし、パラメータの数を増やせばより良い推定が得られるとは限らないので、注意が必要である。パラメータが増えれば、パラメータ間の相関が生じる組み合わせも増えて、推定の不確実性が増す。また、パーシモニー基準によれば、データに適合するモデルの中で、パラメータが少ないモデルがより高い事後確率を持つ予測能力の高いモデルであるとされる（Malinverno, 2002）。したがって、根の吸水やヒステリシス等の新しいパラメータを導入すると、そのパラメータ推定が実測に適合することが確認されてない限り、モデルの予測能力は低下する。

5. 結論

本報で紹介したマルチスケール法によって、土壌水分と降水量の連続的測定値から、土壌水分移動パラメータを推定することができる。土壌水分のデータは容易に入手可能で、土壌水分の予測に不可欠な土壌水分移動パラメータの需要は増えていることから、この手法は実測値が限られている現場におけるパラメータ推定手法として有望である。

本報で示した結果は、１つの実験区においては推定された土壌水分移動パラメータから計算された土壌水分量が実測値とよく適合し、パラメータの初期値に対する計算の頑強性もあるという良い結果が得られたが、もう１つの実験区ではそれほど良い結果が得られなかった。まだ研究例が少ないので、より多くの研究例の積み重ねによって、モデルの適応範囲の明確化や、アルゴリズムの改良が必要とされる。

謝辞

本報で解説した研究は、東洋大学の交換研究員派遣制度によって、2013年度にフランスのストラスブール大学に派遣され、LHyGeS（Laboratoire d'Hydrologie et de Geochimie de Strasbourg）のAckerer博士、Lehmann博士との共同研究として実施したものである。数値計算法の研究者とともに、１年間研究に集中する貴重な機会をいただいたことに感謝する。

引用文献

Brooks, R.H., and A.T. Corey (1964): Hydraulic properties of porous media. Hydrol. Paper 3. Colorado State Univ., Fort Collins, CO, USA.

Hayek, M., F. Lehmann, and P. Ackerer (2008): Adaptive multi-scale parameterization for one-dimensional flow in unsaturated porous media, Adv. Water Resour., 31 (1), 28-43.

Kordilla, M., M. Sauter, T. Reimann and T. Geyer (2012): Simulation of saturated and unsaturated flow in karst systems at catchment scale using a double continuum approach. Hydrol. Earth Syst. Sci. 16: 3909-3923.

Lehmann, F. and P. Ackerer (1997): Determining soil hydraulic properties by inverse method in one-dimensional unsaturated flow. J. Environ. Qual. 26: 76-81.

Malinverno, A. (2002): Parsimonious Baysian Markov chain Monte Carlo inversion in an nonlinear geophysical problem. Geophys. J. Int. 151: 675-688.

Mualem, Y. (1976): A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour. Res. 12 (3): 513-522.

Richards, L.A. (1931): Capillary conduction of liquids through porous medium. J. Appl.

Phys. 1, 318-333.

Ritter, A., F. Hupet, R. Munoz-Carpena, S. Lambot and M. Vanclooster (2003): Using inverse methods for estimating soil hydraulic properties from field data as an alternative to direct methods. Agricultural Water Management 59: 77-96.

Scharnagl, B., V. A. Vrugt, H. Vereecken, and M. Herbst. (2011): Inverse modeling of in situ soil water dynamics: investigating the effect of different prior distributions of the soil hydraulic parameters. Hydrology and Earth System Sciences 15: 3043-3059.

Seki, K. (2007) SWRC fit - a nonlinear fitting program with a water retention curve for soils having unimodal and bimodal pore structure. Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss., 4: 407-437.

Seki, K., K. Suzuki, T. Nishimura, M. Mizoguchi, H. Imoto and T. Miyazaki (2010): Physical and chemical properties of soils in the fire-affected forest of East Kalimantan, Indonesia. J. Trop. For. Sci. 22 (4): 414-424.

Seki, K., P. Ackerer and F. Lehmann (2015): Sequential estimation of hydraulic parameters in layered soil using limited data. Geoderma 247-248: 117-128.

van Genuchten, M. (1980): A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J. 44: 892-898.

Vereecken, H., Huisman, J. A., Bogena, H., Vanderborght, J., Vrugt, J.A., Hopmans, J.W., 2008. On the value of soil moisture measurements in vadose zone hydrology: A review. Water Resour. Res., 44, W00D06.

Vogel, T. and M. Cislerova (1988): On the reliability of unsaturated hydraulic conductivity calculated from the moisture retention curve. Transp. Porous Media 3: 1-15.

関勝寿（2015）：土壌水分データからの土壌水分移動パラメータの推定法．東洋大学紀要 自然科学篇 第59号：27-34.