

和算と算額補遺 (3)
— 高砂神社奉納算額 第二 —

米 山 忠 興

Japanese Historical Mathematics and its Dedicated Tablets
— Supplement (3) The Second Mathematical Tablets
Dedicated to Takasago Shrine —

Tadaoki YONEYAMA

東洋大学紀要 自然科学篇 第 59 号 抜刷

Reprinted from

Journal of Toyo University, Natural Science

No. 59, pp.155 ~ 165, March, 2015

Tokyo, Japan

和算と算額補遺 (3) — 高砂神社奉納算額 第二 —

米 山 忠 興

Japanese Historical Mathematics and its Dedicated Tablets — Supplement (3) The Second Mathematical Tablets Dedicated to Takasago Shrine — Tadaoki YONEYAMA

去る平成 26 (2014) 年 2 月に兵庫県高砂市の高砂神社に二枚目の算額を作製・奉納したので、「和算と算額」の「補遺 (3)」として、それを報告することで、私の東洋大学紀要自然科学編に掲載する論文の最後としたい。

1. 算額の試作・奉納について

2014 年 2 月の、おもに 8 日と 9 日に高砂神社で 2 枚目の算額を試作した。

算額面の割り付けと作図、絵の具の色塗りは、私が担当し、文字の墨書は、高砂神社の小松守道宮司にお願いした。まる 2 日かけてやっと完成させて、9 日の夕方、同神社に奉納した。

ちなみに、2014 年は 1 月 31 日から春節が始まるから、2 月 9 日は、旧暦 1 月 10 日ころで、前日からの雪は残っていたが、まさに「初春」である。

奥書きの「関逢敦牂」は、平成 26 (2014) 年の「甲午」年のことで、古代中国の唱え方である (注)。

(注) 甲 = 関逢^{あつぼう} (万物の鋒芒の出でんとして擁遏^{ようあつ}した、未だ通ぜざるさま)
午 = 敦牂^{とんしょう} (才物の盛状すること)

(水上静夫著「干支の漢字学」[大修館・あじあブックス・007] より)

前回の 2000 年冬に奉納した第一奉納算額は、まだまだ十分、絵の具の発色もきれいであるが、およそ 13 年余の歳月を経ており、かなり褐色が濃くなって、「貫禄」も出てきている。それを、拝殿の少し奥の方へ移動して、一番目立つところに今回の新しい算額を納めた。

また、同神社の拝殿から入り口の方を眺めると、そこには昨秋 (2013 年) に完成され

* この研究は平成 24 ～ 26 年度科学研究費補助金 (基金) (課題番号：24501064) の支援のもとに行なわれた。

** 東洋大学自然科学研究室 112-8606 東京都文京区白山 5-28-20

Natural Science Laboratory, Toyo University, 5-28-20 Hakusan, Bunkyo-ku, Tokyo 112-8606, Japan

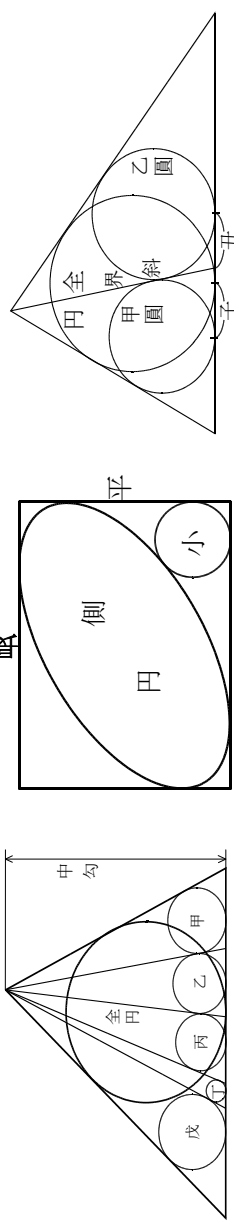


写真1

平成^{廿六}閏逢敦^{東都住}祥年初春良辰

東洋大学 米山忠興 敬白

高砂神社 小松守道 謹識



今有牛馬總數三百四十八頭
只云牛以一十三頭為一群
又云馬以一十七頭為一群
問牛馬各々群數幾何

今有如圖三斜內容全圓及隔
界斜甲乙二圓只云子五寸間
丑幾何

今有如圖直內容側圓及小
圓只云直長若干直平若干
側圓短徑若干問得小圓徑
術如何

此題者寬政十一己未年安
島直圓氏遺稿所掲載于不
朽算法者也

今有如圖三斜內容全圓及
隔逐斜逐圓只云中鉤若干
又云干名伍圓徑各々若干
問全圓徑幾何

原題者安政丙辰年山田次
助光基氏所掲于上州貫前
神社者一事

圖1

高砂神社 奉納算額 第二

たばかりの新しい「能舞台」が、神殿・拝殿にほぼ向かい合うように建てられている。

折角の機会だから、僅かばかりの「初穂料」を添えて、「和算研究」と「算額奉納」の存続・継承を願って、祈願の祝詞をあげてもらった。

奉納算額の算題は、以下の4問であり、いずれも、『和算の解法』に掲載されている問題・解答なので、解法に興味のある人は、参照のこと。

- | | |
|--------------------|----------------------|
| (第一問) 牛馬 | [① -20.(p.57)] |
| (第二問) 小さな定理 | [① - 2. (p.26)] |
| (第三問) 安島直円 (楕円と小円) | [④ -17.(pp.175-182)] |
| (第四問) 貫前神社 | [④ -12.(pp.158-159)] |

2. 奉納算額

(1) 図と写真 (P.157 ~ 158)

(2) 問題

(第一問) 牛馬

総数 348 頭の牛と馬がいる。牛は 13 頭で 1 群、馬は 17 頭で 1 群であるという。このとき、牛・馬の各々の群数は幾らか。

(第二問) 小さな定理

$\triangle ABC$ 内に A を通る界斜 (下の図では AF) を引き、さらに、そこにできる 3 つの三角形に内接する 3 つの円を描く。界斜と BC の交点、及び BC 上の 3 つの接点を、並んでいる順に D, E, F, G とすると、つねに $DE = FG$ が成り立つ。

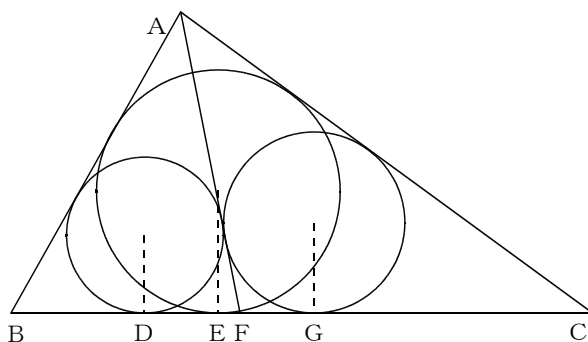


図 2

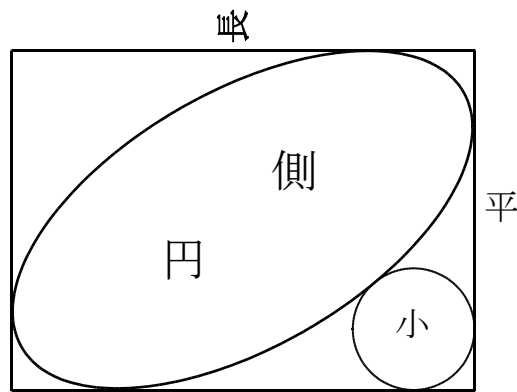
(第三問) 安島直円 (楕円と小円)

長方形と楕円の短径を与えて、小円径を求めよ。

この問題は、安島直円『不朽算法』第十一問であり、また、『安子遺稿側円解 二條 第二』として、解法も残されている。

余得小円径、合問。

方開之、名地、以減天、余平方開之、得商加長及平、名人、自乗之、得内減天及地、余平方開之、得商以減人、



安島直円『不朽算法』第十一 〔安子遺稿側円解二条第二〕

今有如図直、内容側円及小円
只云、直長若干、直平若干、

側円短径若干、問小円径幾何

答曰、如左術

術曰、長平相乗、名天、長冪

平冪相併、内減短径冪、余乗

短径冪、得数以減天冪、余平

図3

(第四問) 貫前神社

中鉤と干名円径（甲乙丙丁戊）を与えて、全円径を求めよ。

もとの算額は、下のようであった。この問題が奉納されたという貫前神社は、高崎から上信電鉄で、先に世界遺産に登録された富岡より少し先の上州一ノ宮で降りて、しばらく歩く。大きな門を入って、そこから階段を下ったところに拝殿・本殿のある一風変わった造りの神社であった。古く由緒のある神社らしいが、現在の主な社殿は江戸初期に建て替えられたようで、極彩色であった。

上の問題が掲載された『数理神篇』は、萬延元庚申（1860）年の「序」があり、その『卷之下』は齋藤宜義算象 閱、その門人の中曾根愼吾宗那 編、中曾根善太郎武好 校、中曾根清右衛門那貫 訂、とすることである。その中の「所掲于上野國一之宮者一事」として貫前神社に掲げられた算額の記録である。

この算額は『群馬の算額』（昭和 62 年 3 月刊）にも載せられている。

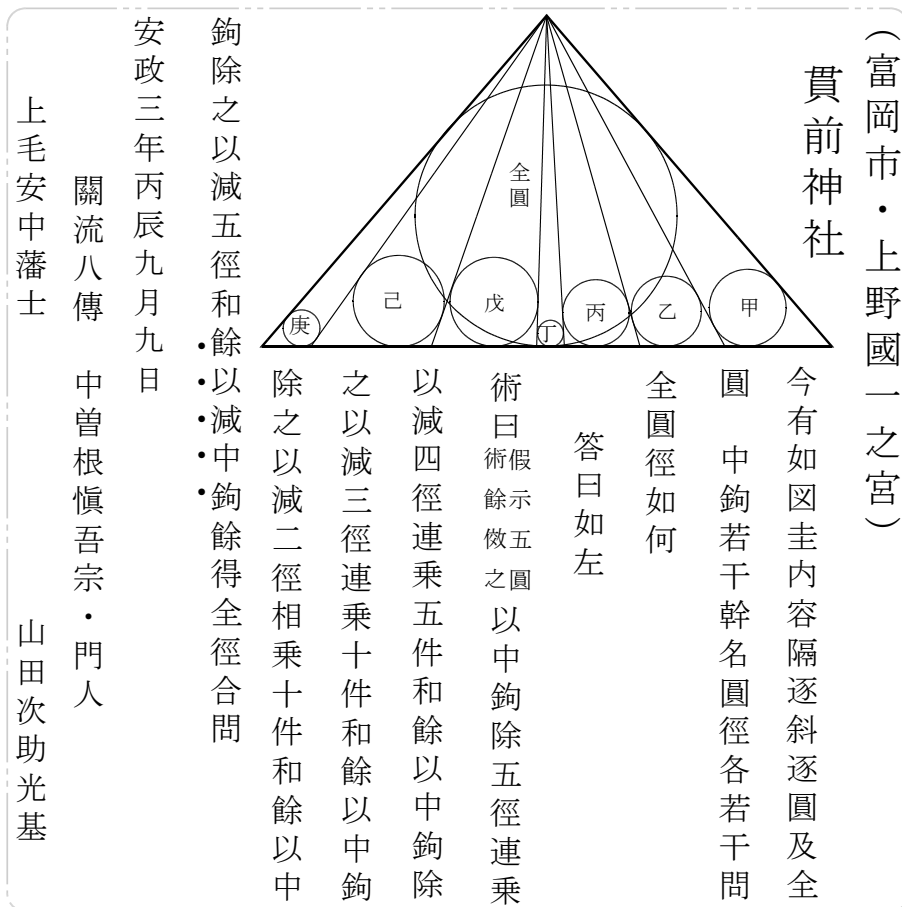


図 4

算額の問題文は、「中鉤と干名円径を与えて、全円径を求めよ。」であり、問題図には甲乙丙丁戊己庚の7つの「十干」名の円が描かれている。そして術文では、5円の場合を示すから、他はこれに倣えという。しかし、その術文の最後のところには、あとに示すように、不要な5文字が書かれている。

また、「圭」(二等辺三角形)となっているが、この算題は任意の三角形において成り立つ。

3. 解答

前述したように、これらの問題と解答は、いずれも、米山忠興著『和算の解法』(開成出版、2012年刊)に掲載されている。第三問以外は、あまりスペースもとらないので、ここに転載するが、第三問・安島直円の問題の解答は、省略する。

(第一問) 牛馬

(解)

$$13x + 17y = 348 = 4 \times 87$$

$$A = 13, \quad B = 17$$

$$\begin{array}{r} -) A = 13 \\ \hline \end{array}$$

$$B - A = 4$$

$$87B - 87A = 4 \times 87$$

$$17 \times 87 - 13 \times 87 = 348$$

よって

$$13(x + 87) = 17(87 - y) \quad (*)$$

$$\begin{cases} x + 87 = 17k \\ 87 - y = 13k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 17k - 87 > 0 \\ y = 87 - 13k > 0 \end{cases}$$

$$5 < 5 + \frac{2}{17} = \frac{87}{17} < k < \frac{87}{13} = 6 + \frac{9}{13} < 7$$

$$\therefore \begin{cases} k = 6 \\ x = 15 \\ y = 9. \end{cases}$$

今有牛馬總數三百四十八頭。
只云牛以十三頭為一群。
又云馬以十七頭為一群。
問牛馬各々群數幾何。

図5

(※) 式を導くためには、特解の一つ探し出す必要がある。そのためには、ユークリッドの互除法を利用すればよい。このような問題を洋算では、ディオファントス方程式という。

(第二問) 小さな定理

(解) まず、 $\triangle ABC$ とその内接円について、
右の図からも分かるように、

$$\begin{aligned} AB + BC &= (\triangle + \bigcirc) + (\bigcirc + \square) \\ &= (\triangle + \square) + (\bigcirc + \bigcirc) \\ &= AC + 2BE \end{aligned}$$

その他の三角形についても同様の式が
成り立つ。

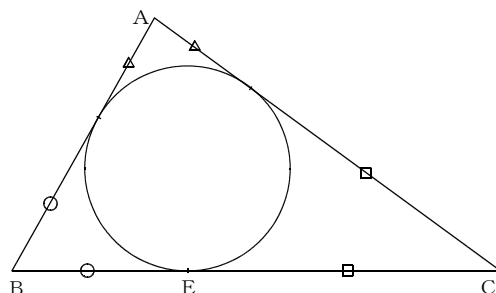


図6

$$\begin{aligned} AB + BC &= AC + 2BE \\ AC + CF &= AF + 2CG \\ +) AF + 2BD &= AB + BF \\ \hline \underline{BC + CF + 2BD} &= \underline{2BE + 2CG + BF} \\ CF + BD &= BE + CG \\ BE - BD &= CF - CG \\ \therefore DE &= FG. \end{aligned}$$

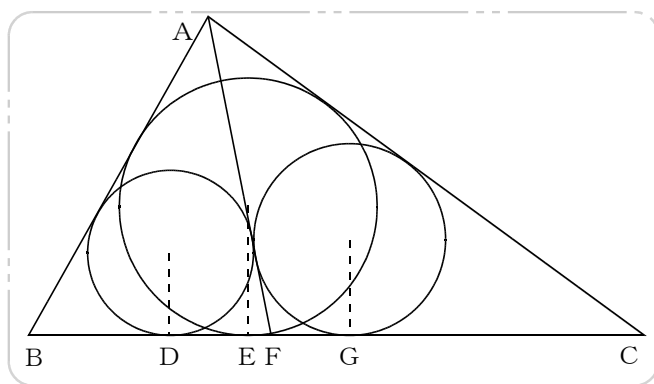


図7

(第三問) 安島直円 (楕円と小円)

この問題を解くには、楕円を長軸方向に縮小した「円」を考える。

ただし、この算題については、和算家の解法は多少、冗長だから、私は三角関数を用いた解法を示した。

また、この第三問は、東洋大学紀要にも掲載済みである。

側円術Ⅵ. 一安子遺稿側円解二条 第二一、

東洋大学紀要 自然科学篇、第 55 号, pp151-161, 2011.

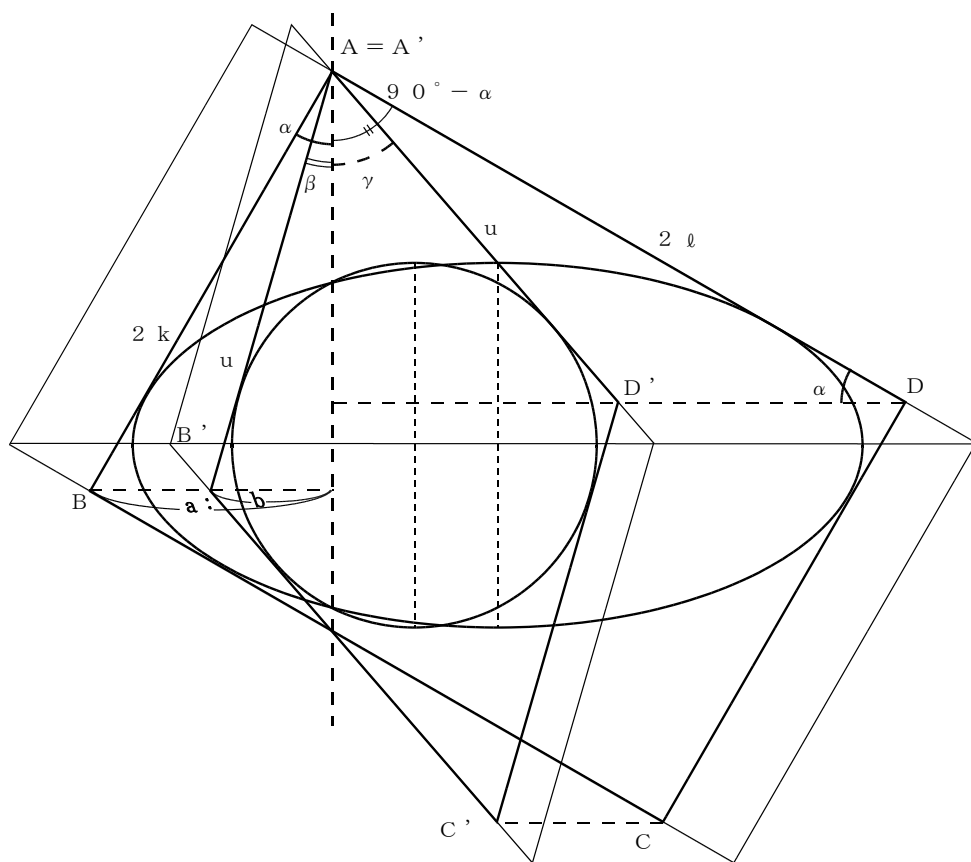


図 8

(第四問) 貫前神社

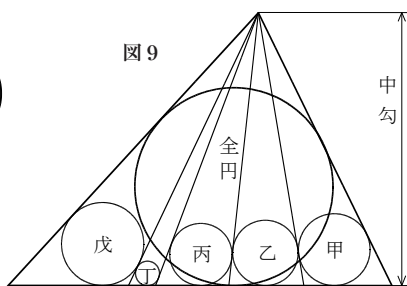
(解) この問題も、手掛かりがつかめるまでは、こんな問題を一体、どうやって解くのだろうと、途方に暮れたものだった。

しかし、数学とは一般にそのようなものであるが、解けてしまえばかなり易しい。ただしそれは、和算の心得があって、「等円術の一般公式」を知っている者にとっては、ということである。等円術の一般公式は、

$$\left(1 - \frac{2R}{h}\right) = \left(1 - \frac{2r_1}{h}\right) \left(1 - \frac{2r_2}{h}\right)$$

である。これを5つの円に適用すれば、以下のようになる。ただし中鉤を勾と略記する。

全円径と干名円径について、もとの算額の術文に近い形で表わす。



$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\text{全}}{\text{勾}}\right) &= \left(1 - \frac{\text{甲}}{\text{勾}}\right) \left(1 - \frac{\text{乙}}{\text{勾}}\right) \left(1 - \frac{\text{丙}}{\text{勾}}\right) \left(1 - \frac{\text{丁}}{\text{勾}}\right) \left(1 - \frac{\text{戊}}{\text{勾}}\right) \\ &= 1 - \frac{\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} + \text{丁} + \text{戊}}{\text{勾}} + \frac{\text{甲乙} + \text{甲丙} + \cdots + \text{丁戊}}{\text{勾}^2} \\ &\quad - \frac{\text{甲乙丙} + \cdots + \text{丙丁戊}}{\text{勾}^3} + \frac{\text{甲乙丙丁} + \cdots + \text{乙丙丁戊}}{\text{勾}^4} - \frac{\text{甲乙丙丁戊}}{\text{勾}^5} \end{aligned}$$

これから、

$$\begin{aligned} \text{全} &= (\text{五径和}) - \frac{(\text{二径相乗十件和})}{\text{勾}} + \frac{(\text{三径連乗十件和})}{\text{勾}^2} \\ &\quad - \frac{(\text{四径連乗五件和})}{\text{勾}^3} + \frac{(\text{五径連乗})}{\text{勾}^4} \\ &\quad - \frac{(\text{四径})}{\text{勾}} + \frac{(\text{五径連乗})}{\text{勾}} \\ &\quad - \frac{(\text{三径})}{\text{勾}} + \frac{(\text{四径})}{\text{勾}} \\ &\quad - \frac{(\text{二径})}{\text{勾}} + \frac{(\text{三径})}{\text{勾}} \\ &= (\text{五径和}) - \frac{(\text{二径})}{\text{勾}} + \frac{(\text{三径})}{\text{勾}} - \frac{(\text{四径})}{\text{勾}} + \frac{(\text{五径連乗})}{\text{勾}} \end{aligned}$$

もとの貫前神社算額の術文の最後の行の傍点を着けた文字は、不要であることが分かるであろう。

この問題は、私見では今までに見た群馬の算額の中でも、最も見事な問題であり、さすが関孝和の出身地上州であり、その誇るべき問題であると思われるが、群馬県和算研究会編の「群馬の算額解法」(平成19年刊)には、解法が紹介されていない。

江戸・安政期の奉納者：和算家の山田次助光基は、「術文」から考えると、正しく解い

たはずだが、上記の平成の「解法」では、解けなかったから、書いてなかったに違いない。現在、群馬の算額の未解決問題を解くプロジェクトが進行中らしいので、いずれは、このような解法が、どこかに掲載されることになると思われる。

(和算と算額補遺 (3) 一高砂神社奉納算額 第二一の項 終わり)